



Definicja logarytmu. Własności logarytmu

Funkcja wykładnicza. Określenie logarytmu. Animacja: określenie logarytmu na wykresie funkcji wykładniczej. Animacja: definicja logarytmu. Logarytm dziesiętny. Zapisywanie liczb bez użycia logarytmu.

Zapisywanie liczb bez użycia logarytmu. Wykorzystywanie definicji logarytmu przy rozwiązywaniu równań.

Obliczanie i zapisywanie liczb bez użycia logarytmu. Logarytmy z zmienną x w liczbie logarytmowanej. Zasób zawiera interaktywne zadania.

Obliczanie i zapisywanie liczb bez użycia logarytmu. Logarytmy ze zmienną x w liczbie logarytmowanej. Zasób zawiera zadania, w tym część zadań jest interaktywna.

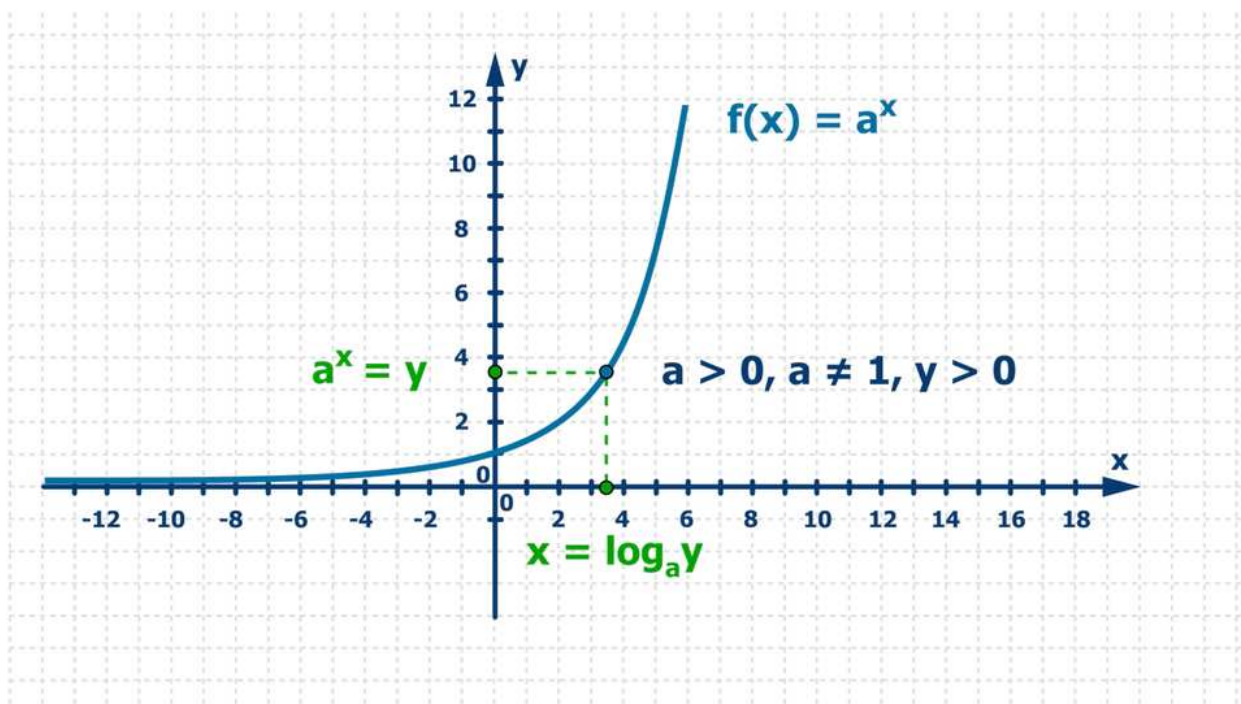
Wyznaczanie liczb, dla których jest określone wyrażenie z logarytmem. Wyznaczanie liczb dla których wyrażenie z logarytmem ma określoną wartość. Zadania na dowodzenie. Zasób zawiera zadania z możliwością sprawdzenia rozwiązań.

Definicja logarytmu. Własności logarytmu

Pojęcie logarytmu

Rozpatrzmy funkcję wykładniczą $f(x) = a^x$, gdzie a jest ustaloną dodatnią liczbą rzeczywistą, różną od 1.

Jak wiemy, funkcja f jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x , a zbiorem wartości tej funkcji jest przedział $(0, +\infty)$. Ponadto dla ustalonej dodatniej wartości y istnieje dokładnie jeden argument x , taki że $a^x = y$.



Film dostępny pod adresem [/preview/resource/Rdl1LGp8gmFUk](#)

Definicja logarytmu_atrapa_animacja_wprowadzenie do logarytmow_1891

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia wykres funkcji rosnącej $f(x) = 2^x$ po potęgę x leżącej w pierwszej i drugiej ćwiartce układu współrzędnych. Zaznaczono zależności: 2 do potęgi $x = 4$ gdy $x = 2$

Przykład 1

Korzystając z własności funkcji wykładniczej, wyznaczmy, o ile istnieją, wszystkie argumenty, dla których

1. funkcja wykładnicza $f(x) = 2^x$ przyjmuje wartość 32,
2. funkcja wykładnicza $f(x) = 3^x$ przyjmuje wartość $\frac{1}{9}$,
3. funkcja wykładnicza $f(x) = 4^x$ przyjmuje wartość -16 ,
4. funkcja wykładnicza $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ przyjmuje wartość 5,

5. funkcja wykładnicza $f(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ przyjmuje wartość 1.

Rozwiązanie.

1. Ponieważ $2^5 = 32$, więc $2^x = 32$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x = 5$.
2. Ponieważ $3^{-2} = \frac{1}{9}$, więc $3^x = \frac{1}{9}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x = -2$.
3. Funkcja wykładnicza $f(x) = 4^x$ przyjmuje wyłącznie wartości dodatnie, zatem nie istnieje taki argument x , dla którego $4^x = -16$.
4. Ponieważ $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = 5$, więc $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 5$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x = -1$.
5. Ponieważ $\left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1$, więc $\left(\frac{3}{4}\right)^x = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x = 0$.

Przykład 2

Argument x , dla którego funkcja wykładnicza $f(x) = 2^x$ przyjmuje wartość 9, jest rozwiązaniem równania $2^x = 9$. Z wykresu funkcji f odczytujemy, że x jest liczbą z przedziału $(3, 4)$.

Argument ten oznaczamy symbolicznie

$$x = \log_2 9,$$

a zapis $\log_2 9$ czytamy „logarytm przy podstawie dwa liczby dziewięć” lub krócej „logarytm przy podstawie dwa z dziewięciu”.

Zauważmy, że z przyjętej umowy wynika równość

$$2^{\log_2 9} = 9.$$

Uwaga. Liczba $\log_2 9$ nie jest wymierna. Gdybyśmy założyli przeciwnie, że istnieją takie dodatnie liczby całkowite p i q , dla których prawdziwa jest równość $\log_2 9 = \frac{p}{q}$, to prawdą byłoby również, że $2^{\frac{p}{q}} = 9$, stąd $2^p = 9^q$. Otrzymana równość jest sprzeczna, bo jej lewa strona jest liczbą parzystą (jako iloczyn p dwójek), a prawa strona jest liczbą nieparzystą (jako iloczyn q dziewiątek).

Weźmy dodatnią liczbę rzeczywistą a , różną od 1. Przyjmujemy, że argument b , dla którego funkcja wykładnicza $f(x) = a^x$ przyjmuje wartość c , to

$$b = \log_a c.$$

Ponieważ funkcja wykładnicza f przyjmuje wyłącznie wartości dodatnie, to logarytm określamy tylko dla dodatniej liczby c .

Definicja: Logarytm

Logarytmem $\log_a c$ dodatniej liczby c przy dodatniej i różnej od 1 podstawie a nazywamy wykładnik b potęgi, do której należy podnieść a , aby otrzymać c .

$\log_a c = b$ wtedy i tylko wtedy, gdy $a^b = c$.

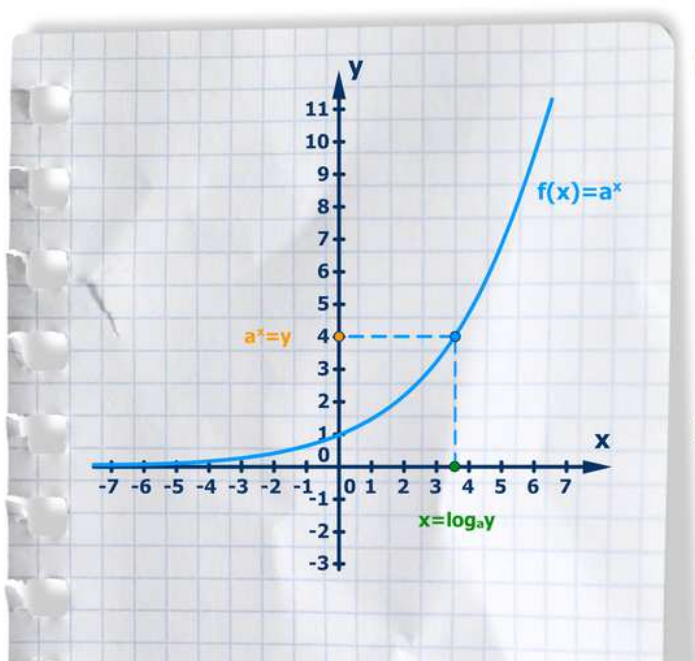
Zapamiętaj!

Z definicji wynika

$$\log_a a^c = c \text{ oraz } a^{\log_a c} = c$$

Liczbę c w zapisie $\log_a c$ nazywamy **liczbą logarytmowaną**.

Logarytm $\log_{10} x$ można też zapisać jako $\log x$. Taki logarytm nazywamy **logarytmem dziesiętnym**.



Funkcja wykładnicza $f(x)=a^x$, gdzie $a>0$ oraz $a\neq 1$ przyjmuje ustaloną dodatnią wartość y dla argumentu $x=\log_a y$.

DEFINICJA LOGARYTMU

Logarytmem dodatniej liczby c przy dodatniej i różnej od 1 podstawie a nazywamy wykładnik b potęgi, do której należy podnieść a , aby otrzymać c :

$$\log_a c = b \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } a^b = c.$$

Równoważnie możemy zapisać:

$$a^{\log_a c} = c.$$

Film dostępny pod adresem [/preview/resource/RBnchan3DdziN](#)

Definicja logarytmu_6055_logarytm_definicja

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia funkcję wykładniczą $f(x) = 2$ do potęgi x . Korzystając z wykresu tej funkcji możemy wyznaczyć argumenty, dla których wartość funkcji jest równa: 2 do potęgi $x = 2$ gdy $x = 1$

Przykład 3

Każdą z podanych liczb zapiszemy bez użycia logarytmu.

1. $\log_2 4$
2. $\log_3 81$
3. $\log 1000000$

- $\log_{123} 1$
- $\log_{17} 17$

Bezpośrednio z definicji logarytmu wynika, że $\log_a a^c = c$. Korzystając z tego spostrzeżenia, mamy:

- $\log_2 4 = \log_2 2^2 = 2$,
- $\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$,
- $\log 1000000 = \log 10^6 = 6$,
- $\log_{123} 1 = \log_{123} 123^0 = 0$,
- $\log_{17} 17 = \log_{17} 17^1 = 1$.

Zauważmy, że dla każdej dodatniej i różnej od 1 liczby rzeczywistej a

$$\log_a 1 = \log_a a^0 = 0$$

oraz

$$\log_a a = \log_a a^1 = 1.$$

Przykład 4

Uzasadnimy, że każda z podanych liczb jest ujemną liczbą całkowitą.

- $\log_6 \frac{1}{6}$
- $\log_2 \frac{1}{8}$
- $\log_3 \frac{1}{9}$
- $\log_5 0,2$
- $\log 0,00001$

Rozwiązanie.

- Ponieważ $\frac{1}{6} = 6^{-1}$, więc $\log_6 \frac{1}{6} = \log_6 6^{-1} = -1$.
- Ponieważ $\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$, więc $\log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^{-3} = -3$.
- Ponieważ $\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$, więc $\log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2$.
- Ponieważ $0,2 = \frac{1}{5} = 5^{-1}$, więc $\log_5 0,2 = \log_5 5^{-1} = -1$.
- Ponieważ $0,00001 = \frac{1}{100\,000} = \frac{1}{10^5} = 10^{-5}$, więc $\log 0,00001 = \log 10^{-5} = -5$.

Przykład 5

Zapiszemy liczby bez użycia logarytmu.

- $\log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{49}$
- $\log_{\frac{2}{3}} \frac{8}{27}$

$$3. \log_{\frac{4}{5}} \frac{5}{4}$$

$$4. \log_{\frac{5}{2}} 0,16$$

Rozwiązanie.

$$1. \text{ Ponieważ } \frac{1}{49} = \left(\frac{1}{7}\right)^2, \text{ więc } \log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{49} = \log_{\frac{1}{7}} \left(\frac{1}{7}\right)^2 = 2.$$

$$2. \text{ Ponieważ } \frac{8}{27} = \left(\frac{2}{3}\right)^3, \text{ więc } \log_{\frac{2}{3}} \frac{8}{27} = \log_{\frac{2}{3}} \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 3.$$

$$3. \text{ Ponieważ } \left(\frac{5}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{5}, \text{ więc } \log_{\frac{4}{5}} \frac{5}{4} = \log_{\frac{4}{5}} \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} = -1.$$

$$4. \text{ Ponieważ } 0,16 = \frac{16}{100} = \frac{4}{25} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^{-2}, \text{ więc } \log_{\frac{5}{2}} 0,16 = \log_{\frac{5}{2}} \left(\frac{5}{2}\right)^{-2} = -2.$$

Przykład 6

Każdą z podanych liczb zapiszemy bez użycia logarytmu.

$$1. \log_2 \sqrt{2}$$

$$2. \log \sqrt[3]{10}$$

$$3. \log_9 3$$

$$4. \log_8 2$$

Rozwiązanie.

$$1. \text{ Ponieważ } \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \text{ więc } \log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}.$$

$$2. \text{ Ponieważ } \sqrt[3]{10} = 10^{\frac{1}{3}}, \text{ więc } \log \sqrt[3]{10} = \log 10^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}.$$

$$3. \text{ Ponieważ } 9 = 3^2, \text{ więc } 3 = 9^{\frac{1}{2}}, \text{ co oznacza, że } \log_9 3 = \log_9 9^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}.$$

$$4. \text{ Ponieważ } 2^3 = 8, \text{ więc } 2 = 8^{\frac{1}{3}}, \text{ co oznacza, że } \log_8 2 = \log_8 8^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}.$$

Własności logarytmu

Przykład 7

Rozwiążemy równanie

$$1. 3^x = 5$$

$$2. 2^x = \frac{9}{11}$$

$$3. 7^x = \frac{1}{4}$$

$$4. 10^x = 2$$

Korzystamy z definicji logarytmu.

$$1. \text{ Argument, dla którego funkcja wykładnicza } f(x) = 3^x \text{ przyjmuje wartość } 5, \text{ to } x = \log_3 5.$$

$$2. \text{ Argument, dla którego funkcja wykładnicza } f(x) = 2^x \text{ przyjmuje wartość } \frac{9}{11}, \text{ to } x = \log_2 \frac{9}{11}.$$

- Argument, dla którego funkcja wykładnicza $f(x) = 7^x$ przyjmuje wartość $\frac{1}{4}$, to $x = \log_7 \frac{1}{4}$.
- Argument, dla którego funkcja wykładnicza $f(x) = 10^x$ przyjmuje wartość 2, to $x = \log 2$.

Przykład 8

Każdą z podanych liczb zapiszemy bez użycia logarytmu.

- $2^{\log_2 3}$
- $7^{\log_7 11}$
- $1000^{\log 2}$
- $(\frac{1}{5})^{\log_5 6}$

W definicji logarytmu zapisaliśmy, że dla dodatniej liczby c przy dodatniej i różnej od 1 podstawie a prawdziwa jest równość $a^{\log_a c} = c$. Wobec tego

- $2^{\log_2 3} = 3$
- $7^{\log_7 11} = 11$
- $1000^{\log 2} = (10^3)^{\log 2} = 10^{3 \log 2} = (10^{\log 2})^3 = 2^3 = 8$
- $(\frac{1}{5})^{\log_5 6} = (5^{-1})^{\log_5 6} = 5^{-\log_5 6} = (5^{\log_5 6})^{-1} = 6^{-1} = \frac{1}{6}$

Przykład 9

Wyznamy wszystkie liczby x , dla których określone jest wyrażenie

- $\log_3(x - 5)$
- $\log_2(2x + 7)$
- $\log_{\frac{1}{5}}(3x - x^2)$
- $\log \frac{x^2+2}{x-2}$

Logarytm, którego podstawa jest liczbą dodatnią i różną od 1, jest określony wyłącznie dla argumentów dodatnich. Wobec tego

- wyrażenie $\log_3(x - 5)$ jest określone tylko dla tych x , które spełniają nierówność $x - 5 > 0$, czyli dla $x > 5$.
- wyrażenie $\log_2(2x + 7)$ jest określone tylko dla tych x , które spełniają nierówność $2x + 7 > 0$, czyli dla $x > -\frac{7}{2}$.
- wyrażenie $\log_{\frac{1}{5}}(3x - x^2)$ jest określone tylko dla tych x , które spełniają nierówność $3x - x^2 > 0$. Zatem $x^2 - 3x < 0$, $x(x - 3) < 0$. Po rozwiązaniu otrzymanej nierówności kwadratowej stwierdzamy, że $x \in (0, 3)$.
- wyrażenie $\log \frac{x^2+2}{x-2}$ jest określone tylko dla tych x , które spełniają nierówność $\frac{x^2+2}{x-2} > 0$. Ponieważ dla każdej liczby rzeczywistej wyrażenie $x^2 + 2$ jest dodatnie, więc nierówność $\frac{x^2+2}{x-2} > 0$ jest równoważna nierówności $x - 2 > 0$. Zatem wyrażenie $\log \frac{x^2+2}{x-2}$ jest określone wyłącznie dla $x > 2$.

Przykład 10

Wyznamy wszystkie liczby x , dla których wyrażenie $\log_x 9$ ma wartość 2.

Podstawa x logarytmu zapisanego po lewej stronie równania $\log_x 9 = 2$ musi być liczbą dodatnią i różną od 1.

Korzystając z definicji logarytmu, stwierdzamy, że $\log_x 9 = 2$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x^2 = 9$.

Wobec tego $x = 3$ lub $x = -3$.

Tylko pierwsza z tych liczb spełnia warunki określone dla podstawy logarytmu, co oznacza, że jedyną liczbą, dla której wyrażenie $\log_x 9$ ma wartość 2, jest $x = 3$.

Ćwiczenie 1



Dane są liczby $a = \log_2 8$, $b = \log_3 9$, $c = \log 10$. Które z poniższych zależności są prawdziwe? Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

$a + b + c > 10$

$a = b + c$

$a < b$

$b > c$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

Suma liczb $\log_3 9$ i $\log_3 \frac{1}{9}$ jest równa 0.

Liczby $\log_2 \frac{1}{16}$ i $\log_{\frac{1}{2}} 16$ są równe.

Liczba $\log 1000000$ jest 3 razy większa od liczby $\log 100$.

Liczba $\log_5 125$ jest o 100 większa od liczby $\log_5 25$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Które z podanych wyrażeń są określone dla każdej dodatniej liczby całkowitej x ? Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

$\log_{\frac{5}{3}}(100 - x)$

$\log(x^2 - x)$

$\log_2(3x - 1)$

$\log_{\frac{1}{2}}(x + 2)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Funkcja wykładnicza określona jest wzorem $f(x) = 5^x$. Zaznacz prawidłowy wniosek.

$f(x) = 7$ dla $x = \log_5 7$

$f(x) = 2$ dla $x = \log_2 5$

$f(x) = 10$ dla $x = \log_5 2^5$

$f(x) = 3$ dla $x = \log_5 5^3$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Które z podanych liczb są całkowite? Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

$\log_5 20$

$10^{\log \frac{1}{10}}$

$\log_2 0,125$

$9^{\log_3 2}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Dla jakiego argumentu funkcja wykładnicza określona wzorem $f(x) = 4^x$ przyjmuje wartość 12? Zaznacz poprawną odpowiedź.

$x = 3$

$x = \log_{12}4$

$x = \log_412$

$x = \log_43$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Ile jest równa suma $\log 1000 + \log_71$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

7

4

3

101

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Liczba t jest równa $\log_2 6$. Która z poniższych odpowiedzi przedstawia równoważną postać tego równania? Zaznacz poprawną odpowiedź.

$t = 2^6$

$t = 3$

$t = 6^2$

$2^t = 6$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Ile jest równa różnica $\log_{\frac{1}{5}} 25 - \log_3 \frac{1}{81}$? Zaznacz poprawną odpowiedź.

2

-6

6

-2

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Zaznacz warunek dla którego określone jest wyrażenie $\log_{\frac{1}{3}}(3 - x)$.

$x < -3$

$x > 3$

$x > -3$

$x < 3$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Dane są liczby $a = \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}$, $b = \log_{\frac{1}{2}}4$, $c = \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{8}$, $d = \log_{\frac{1}{2}}16$. Która z tych liczb jest największa? Zaznacz poprawną odpowiedź.

c

d

b

a

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Zaznacz liczbę, która jest rozwiązaniem równania $\log_9 x = \frac{1}{2}$.

$x = 4,5$

$x = 3$

$x = \frac{1}{512}$

$x = \frac{2}{9}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Zaznacz liczbę równą $\log_3 3^8$.

3^6

4

6

3^4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Zapisz każdą z podanych liczb, nie używając logarytmu.

• $\log_6 36 =$

• $\log_7 343 =$

• $\log_{12} 1 =$

• $\log_{27} 27 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15

Rozwiąż poniższe równania.

• $2^x = 5$

• $3^x = 10$

• $7^x = 2$

• $10^x = 99$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Zapisz podaną liczbę bez użycia logarytmu, a następnie uzupełnij poniższe równości, wpisując w luki odpowiednie liczby.

• $3^{\log_3 5} =$

• $2^{\log_2 11} =$

• $5^{\log_5 4} =$

• $10^{\log 7} =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Zapisz podaną liczbę bez użycia logarytmu, a następnie uzupełnij poniższe równości, wpisując w luki odpowiednie liczby.

• $\log_8 0,125 =$

• $\log_4 \frac{1}{64} =$

• $\log_3 \frac{1}{243} =$

• $\log_2 \frac{1}{128} =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Zapisz podaną liczbę bez użycia logarytmu, a następnie uzupełnij poniższe równości, wpisując w luki odpowiednie liczby.

• $\log_{\frac{1}{5}} 5 =$

• $\log_{\frac{1}{9}} 81 =$

• $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{1024} =$

• $\log_{\frac{3}{2}} \frac{2}{3} =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Oblicz i zapisz wynik bez użycia logarytmu, a następnie uzupełnij poniższe równości, wpisując w luki odpowiednie liczby.

• $\log_4 256 - \log 1000 =$

• $17 \log_{17} \frac{1}{17} - 32 \log_2 \frac{1}{32} =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20



Oblicz i zapisz wynik bez użycia logarytmu, a następnie uzupełnij poniższe równości, wpisując w luki odpowiednie liczby.

• $9^{\log_3 8} =$

• $100^{\log 11} =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 21



Wyznacz wszystkie liczby x , dla których określone jest wyrażenie.

1. $\log(7 - 4x)$

2. $\log_2 \frac{1}{x+3}$

3. $\log_3(x^2 - 4)$

4. $\log_x(2 - x)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 22



Wyznacz wszystkie liczby x , dla których wyrażenie $\log_x \frac{x-3}{10}$ ma wartość -1 .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 23



Wykaż, że $5\log_{16}4 + 7\log_{25}5 = 6$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 24



Wykaż, że $4^{1+\log_2 5} = 100$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 25

Wykaż, że $\log_5 \sqrt{5} + \log_6 \sqrt[3]{6} + \log_7 \sqrt[4]{7} = 1\frac{1}{12}$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 26



Liczby dodatnie a, b, c spełniają warunek $\log_3 a = \log_5 b = \log_7 c = 4$. Wykaż, że $\sqrt{abc} = 11025$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 27



Dane są liczby $a = \log_2 3$ oraz $b = \log_4 9$. Wykaż, że liczby a i b są równe.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 28



Dane są liczby $a = \log_5 7$, $b = \log 7$ oraz $c = \log 5$. Wykaż, że $c \cdot a = b$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 29



Rozstrzygnij, czy istnieją takie dodatnie liczby całkowite p i q , dla których zachodzi równość $\log_3 5 = \frac{p}{q}$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.