



Funkcja liniowa rosnąca, funkcja liniowa malejąca

Przykłady funkcji liniowej rosnącej i malejącej. Prosta przechodząca przez dwa punkty.

Animacje: funkcja liniowa rosnąca, funkcja liniowa malejąca, funkcja liniowa przechodząca przez dwa punkty. Ilustracja interaktywna: prosta przechodząca przez dwa punkty.

Wykresy funkcji rosnących. Wykresy funkcji malejących. Animacja - wykres funkcji rosnącej.

Animacja - wykres funkcji malejącej. Animacja - wyprowadzenie wzoru prostej przechodzącej przez dwa punkty. Ilustracja interaktywna: równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty.

Funkcja liniowa rosnąca, funkcja liniowa malejąca

Zawartość materiału warto przytoczyć przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań z tej tematyki:

[Zadania obliczeniowe dotyczące funkcji liniowej. Część I.](#)

Wśród wykresów funkcji liniowych da się wyróżnić takie, które są wykresami funkcji rosnących oraz takie, które są wykresami funkcji malejących.

Pokażemy, że funkcja liniowa $f(x) = ax + b$ jest rosnąca wtedy i tylko wtedy, gdy jej współczynnik kierunkowy jest dodatni.

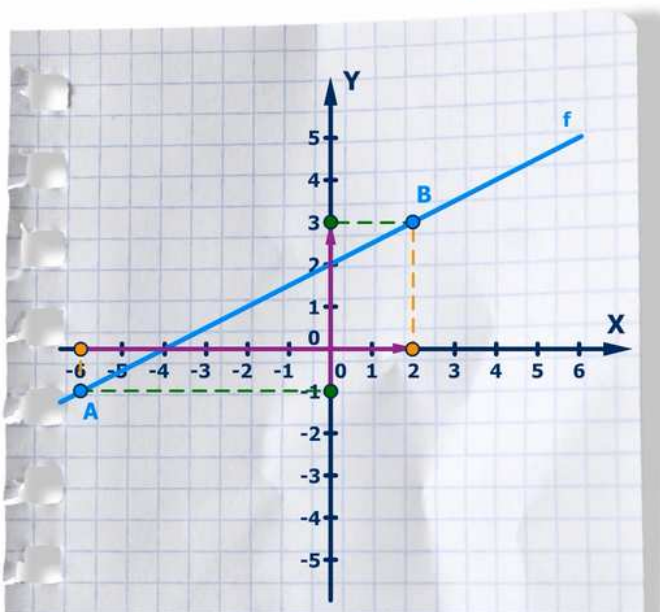
Jeżeli na wykresie funkcji liniowej f leżą dwa różne punkty $A = (x_A, y_A)$ i $B = (x_B, y_B)$, to współczynnik kierunkowy funkcji f jest równy

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

Założmy, że $x_B - x_A > 0$, czyli wzdłuż osi X przesuwamy się od punktu A do B w prawo. Wobec tego znak współczynnika a jest taki sam jak znak wyrażenia $y_B - y_A$. Zatem:

- $a > 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy $y_B - y_A > 0$. Zatem wzdłuż osi Y przesuwamy się od punktu A do B w górę, czyli funkcja f jest rosnąca,
- $a < 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy $y_B - y_A < 0$. Zatem wzdłuż osi Y przesuwamy się od punktu A do B w dół, czyli funkcja f jest malejąca.
- $a = 0$, wtedy i tylko wtedy, gdy $y_B = y_A$, czyli funkcja liniowa $f(x) = ax + b$ jest stała.

Funkcja liniowa rosnąca



$$x_B - x_A = 2 - (-6) = 8 > 0$$

zawsze, jeżeli wzdłuż osi X
przesuwamy się od A do B w prawo

$$y_B - y_A = 3 - (-1) = 4 > 0$$

wtedy, gdy wzdłuż osi Y
przesuwamy się od A do B w górę

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} > 0$$

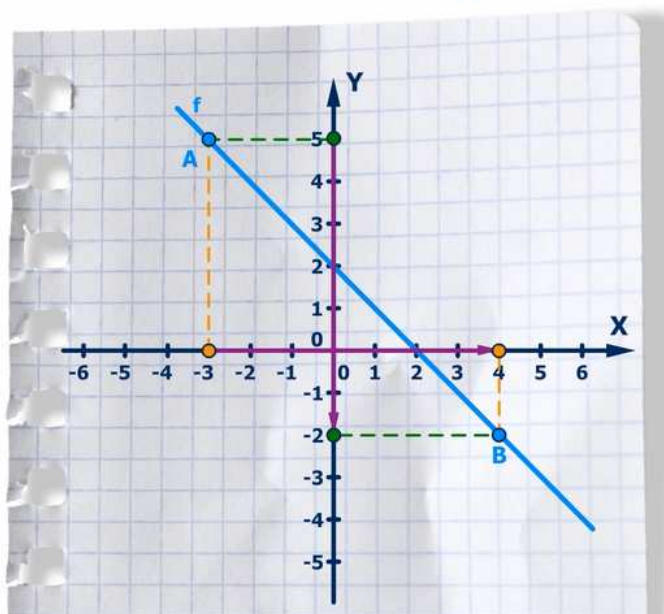
Film dostępny pod adresem </preview/resource/Rnmf3kqjxoeVE>

Funkcja liniowa_wspolczynniki_atrapa_animacja_283

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja pokazuje, jak mając współrzędne punktów A i B należących do prostej, obliczyć współczynnik kierunkowy funkcji liniowej rosnącej $f(x) = ax + b$. Punkt A = (-6, -1), B = (2, 3). Obliczamy różnicę argumentów i różnicę wartości funkcji dla tych argumentów. Zauważamy, że różnica argumentów jest większa od zera, zawsze, jeżeli przesuwamy się od A do B wzdłuż osi x w prawo. Różnica wartości funkcji jest większa od zera, zawsze, jeżeli przesuwamy się wzdłuż osi y od punktu A do B w górę. Wobec tego, zgodnie ze wzorem, iloraz różnicy dwóch wartości funkcji liniowej przez różnicę odpowiadających im argumentów jest większy od zera. Funkcja liniowa jest rosnąca.

Funkcja liniowa malejąca



$$x_B - x_A = 4 - (-3) = 7 > 0$$

**zawsze, jeżeli wzdłuż osi X
przesuwamy się od A do B w prawo**

$$y_B - y_A = -2 - 5 = -7 < 0$$

**wtedy, gdy wzdłuż osi Y
przesuwamy się od A do B w dół**

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-7}{7} = -1 < 0$$

funkcja liniowa jest malejąca

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1KCi9EjuP7kz>

Funkcja liniowa_wspolczynniki_atrapa_animacja_284

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja pokazuje, jak mając współrzędne punktów A i B należących do prostej, obliczyć współczynnik kierunkowy funkcji liniowej malejącej $f(x) = ax + b$. Punkt A = (-3, 5), B = (4, -2). Obliczamy różnicę argumentów i różnicę wartości funkcji dla tych argumentów.

Zauważamy, że różnica argumentów jest większa od zera, zawsze, jeżeli przesuwamy się od A do B wzdłuż osi x w prawo. Różnica wartości funkcji jest mniejsza od zera, zawsze, jeżeli przesuwamy się wzdłuż osi y od punktu A do B w dół. Wobec tego, zgodnie ze wzorem, iloraz różnicy dwóch wartości funkcji liniowej przez różnicę odpowiadających im argumentów jest mniejszy od zera. Funkcja liniowa jest malejąca.

Przykład 1

Funkcja $f(x) = 2x + 5$ jest rosnąca, ponieważ jej współczynnik kierunkowy jest równy 2, czyli $a > 0$.

Przykład 2

Funkcja $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$ jest rosnąca, ponieważ jej współczynnik kierunkowy jest równy $\frac{1}{3}$, czyli $a > 0$.

Przykład 3

Funkcja $f(x) = -x + 2$ jest malejąca, ponieważ jej współczynnik kierunkowy jest równy -1 , czyli $a < 0$.

Przypomnijmy, że jeżeli na wykresie funkcji liniowej f leżą dwa różne punkty $A = (x_A, y_A)$ i $B = (x_B, y_B)$, to współczynnik kierunkowy funkcji f jest równy

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A},$$

a także

$$y_A - ax_A = b.$$

Wynika z tego, że prosta będąca wykresem funkcji liniowej, która

- przechodzi przez punkt $A = (x_A, y_A)$, ma równanie

$$y = ax + (y_A - ax_A),$$

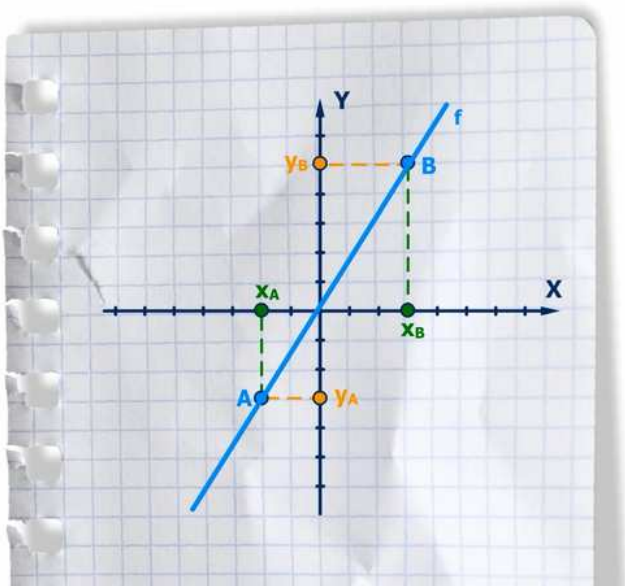
co zapisujemy w postaci

$$y = a(x - x_A) + y_A,$$

- przechodzi przez dwa różne punkty $A = (x_A, y_A)$ i $B = (x_B, y_B)$, ma równanie

$$y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A) + y_A.$$

Równanie prostej f przechodzącej przez dwa punkty



$$f(x) = a \cdot x + b$$

$$y_A = a \cdot x_A + b \implies b = y_A - a \cdot x_A$$

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$f(x) = a \cdot x + (y_A - a \cdot x_A)$$

$$f(x) = a(x - x_A) + y_A$$

$$f(x) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} (x - x_A) + y_A$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/RCEAHagVQFIH4>

Funkcja liniowa_wspolczynniki_atrapa_animacja_285

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja pokazuje jak wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty A i B.

Przykład 4

Dane są punkty $A = (2, -4)$, $B = (9, 10)$. Wtedy

$$x_B - x_A = 9 - 2 = 7$$

oraz

$$y_B - y_A = 10 - (-4) = 14.$$

Wynika z tego, że współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez punkty A i B jest równy $a = \frac{14}{7}$, czyli $a = 2$.

Ponieważ na tej prostej leży punkt $B = (9, 10)$, to jej równanie zapisujemy w postaci

$$y = a(x - 9) + 10,$$

a po uwzględnieniu $a = 2$ mamy ostatecznie $y = 2(x - 9) + 10$, skąd

$$y = 2x - 8.$$

Polecenie 1

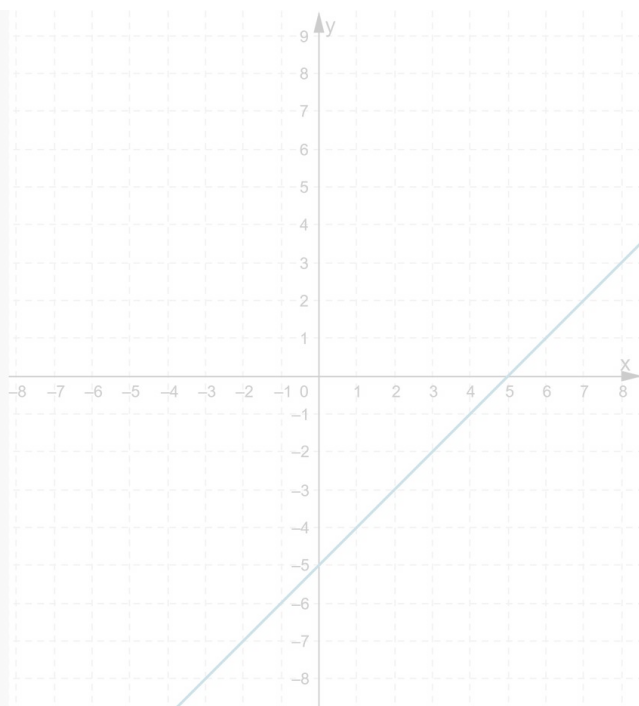
Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty

Podaj współrzędne punktów, które leżą na prostej.

Wybierz takie punkty, których współrzędne są całkowite.

$A =$

$B =$



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/Pzkhx8uzN>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.