

PAKIET MATERIAŁÓW DYDAKTYCZNYCH

do kształcenia na odległość dla nauczycieli
matematyki w szkołach podstawowych

Elżbieta Dudek

Świętokrzyskie Centrum Doskonalenia Nauczycieli
w Kielcach

Projekt „Wsparcie placówek doskonalenia nauczycieli i bibliotek pedagogicznych w realizacji zadań związanych z przygotowaniem i wsparciem nauczycieli w prowadzeniu kształcenia na odległość”

Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

WSTĘP

„Matematyka jest produktem myśli ludzkiej, niezależnej od doświadczenia, jednak wspaniale pasuje do świata realnego i tak świetnie go tłumaczy.”¹

Albert Einstein

Ta niezwykle trafna myśl jest aktualna również w naszym nowym cyfrowym świecie. Matematyka świetnie odnalazła swoje miejsce w internetowych zasobach i narzędziach. Największe wyzwanie, nauczanie na odległość, postawiło przed nami, nauczycielami/nauczycielkami nowe, nieznane zadania. Przez ostatnie lata spokojnie przyswajaliśmy narzędzia, uczyliśmy się nowych sposobów pozyskiwania informacji i ich interpretowania. Zawirowanie, jakie wywołała epidemia, potrząsnęło naszymi uporządkowanymi światami w sposób nieprzewidywany i wręcz katastroficzny. W tle ludzkich dramatów związanych z chorobą edukacja stanęła przed epokowym wyzwaniem. Po bez mała dwóch latach doświadczeń można powiedzieć, że daliśmy radę. Czy to oznacza, że już poradziliśmy sobie ze wszystkimi wyzwaniami edukacji zdalnej? Wierzę, że nikt nie ma wątpliwości, że taki stan nigdy nie nastąpi! Stąd kolejne próby doskonalenia się i wzajemnego inspirowania, którego przykładem mam nadzieję będzie ten skromny scenariusz.

Lekcja adresowana do klasy ósmej – „Pi razy drzwi, czyli niezwykła liczba w zwykłym życiu” – to tak naprawdę próba zachęcenia do poprowadzenia lekcji trochę nietypowej w trakcie realizowania podstawy programowej. Niestandardowej, ponieważ bez konieczności oceniania, dającej chwilę oddechu czy też pokazującej bardziej ludzką twarz matematyki. Może przydać się w trakcie nagłego zastępstwa. Materiał zgromadzony w tej publikacji daje możliwość zainspirowania do szerszych działań. Dzień Liczby Pi w naszej szkole, a może projekt interdyscyplinarny z ludolfiną w tytule – myślę, że pole do tworzenia jest ogromne. Bez trudu można wykorzystać pomysł, szkielet lekcji w klasach młodszych, odpowiednio „odchudzając” treści. W lekcji odnajdą swoje miejsce uczniowie/uczennice o specjalnych potrzebach edukacyjnych, których włączać należy w zakresie adekwatnym do ich umiejętności.

¹ http://zsw.cieciura.xon.pl/cytaty_mp.html; [dostęp: 20.08.21]

SCENARIUSZ LEKCJI/ZAJĘĆ ZDALNYCH

Temat: Pi razy drzwi, czyli niezwykła liczba w zwykłym życiu

Klasa: VIII

Etap edukacyjny: II

Cele kształcenia – wymagania ogólne

Kształcenie ogólne w szkole podstawowej ma na celu:

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.
2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

II. Pierwiastki

Uczeń/uczennica:

- 3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, na przykład znajduje liczbę całkowitą a taką, że:
$$a \leq \sqrt{137} < a + 1.$$

XIV. Długość okręgu i pole koła

Uczeń/uczennica:

- 1) oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy;
- 2) oblicza promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu;
- 3) oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy.

Cele szczegółowe lekcji/zajęć w języku ucznia/uczennicy

- dowiem się, co to jest liczba pi i jaką ma symbolikę;
- poznam przybliżoną wartość liczby pi i zrozumieję jej sens;

- poznam historię liczby pi;
- nauczę się obliczać obwód i pole koła.

Kryteria sukcesu

- zapiszę liczbę pi;
- podam wartość przybliżenia liczby pi z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku;
- wymienię kilka faktów z historii liczby pi;
- obliczę obwód i pole koła.

Metody pracy, techniki stosowane podczas lekcji/zajęć

- miniwykład,
- pogadanka,
- obserwacja,
- praca indywidualna i praca w grupach.

Środki dydaktyczne i zasoby do wykorzystania w czasie lekcji/zajęć, w tym wykorzystanie TIK

- karty pracy „Zaszyfrowana wiadomość” – załącznik 1

Narzędzia online:

- aplikacja Teams (klasyczna lub dostęp z poziomu przeglądarki internetowej),;
- Notes zajęć w zespole Teams;
- Mentimeter – gromadzenie i prezentacja wyników pracy z zastosowaniem aktywnego formularza typu Word cloud (<https://www.mentimeter.com>) przygotowanego przez nauczyciela/nauczycielkę i uzupełnianego w czasie zajęć; zrzut ([liczba pi copy \(2\) – Mentimeter](#)) z wypełnionej „chmury” skojarzeń z liczbą pi będzie stanowił graficzne podsumowanie lekcji oraz wskazówkę w pracy domowej;

- Quizizz – gotowy test z zasobów platformy internetowej (<https://quizizz.com/join/search/liczba%20pi>), mający za zadanie samosprawdzenie się uczniów/uczennic oraz podsumowanie lekcji wspólnie z nauczycielem/nauczycielką;
- Forms – ankieta przygotowana w Forms, którą uczniowie/uczennice wypełnią jako pracę domową.

Zasoby internetowe:

- gotowy quiz „Liczba pi” z platformy Quizizz: <https://quizizz.com/join/quiz/604ba96b962592001b34724f/start> (uruchamiany przez uczniów/uczennice, a następnie przez nauczyciela/nauczycielkę);
- film Tomasza Rożka „Skąd się wzięła liczba pi?” ze strony Nauka. To lubię, <https://www.naukatolubie.pl/podcast/skad-sie-wziela-liczba-pi/>, lub bezpośrednio: <https://www.youtube.com/watch?v=EHKPx9IPpYs>;
- strona uniwersytetu w Utah zawierająca rozwinięcie liczby pi: <https://www.math.utah.edu/~pa/math/pi.html>;
- wiersz Wisławy Szymborskiej *Liczba Pi*: <http://www.matematyka.wroc.pl/book/wis%C5%82awa-szymborska%2C-%2526quot%3Bliczba-pi%2526quot%3B>;
- Pi-busy, czyli rebusy z liczbą pi: <http://www.matematyka.wroc.pl/book/pi-busy>;
- teledysk Kate Bush „Pi”: <https://www.youtube.com/watch?v=kZSHr5E7fZY> oraz tekst utworu „Pi” wraz z tłumaczeniem: (https://www.tekstowo.pl/piosenka,kate_bush,pi.html), zaprezentowany w formie graficznej – załącznik 2;
- Gdzie są twoje urodziny w pi? – strona zawierająca program umożliwiający odszukiwanie czy i gdzie w rozwinięciu liczby pi znajduje się kombinacja liczb odpowiadająca dacie urodzenia: <http://www.facade.com/legacy/amiinpi/?thenum=010101>;

- Pi – wierszowce, czyli wierszyki, w których długość każdego kolejnego słowa jest równa kolejnej cyfrze w rozwinięciu dziesiętnym liczby π^2 :

Przewidywany czas:

45 minut

Proponowany przebieg lekcji/zajęć

Przygotowanie nauczyciela/nauczycielki przed rozpoczęciem lekcji:

- w Notesie zajęć zespołu Teams w obszarze Biblioteka zawartości umieszcza temat lekcji, cele lekcji w języku ucznia i kryteria sukcesu oraz treść pracy domowej – dzięki temu uczniowie/uczennice będą mieli stały dostęp do nich po lekcji;
- otwiera wszystkie aplikacje oraz zasoby sieciowe stosowane w czasie lekcji.

1. Czynności organizacyjne:

- Uczniowie/uczennice logują się w aplikacji Teams.
- Nauczyciel/nauczycielka rozpoczyna lekcję, witając jeszcze raz uczniów/uczennice.
- Nauczyciel/nauczycielka informuje uczniów/uczennice o tym, że nie poda bezpośrednio tematyki lekcji – jej odkrycie będzie zadaniem uczniów/uczennic. W tym celu dzieli klasę na trzy zespoły (losowo).

2. Odszyfrowanie haseł:

- Uczniowie/uczennice otrzymują w swoich grupach zadania do wykonania polegające na odszyfrowaniu krótkiego hasła zapisanego z zastosowaniem szyfru ułamkowego (karty pracy nr 1).
- Po skończeniu pracy w grupach uczniowie/uczennice podają hasła: „ludolfina”, „liczba pi” oraz „stała Archimedesesa”, które

² <https://pl.wikipedia.org/wiki/Pi>; [dostęp: 20.08.21]

nauczyciel/nauczycielka umieszcza w przygotowanej wcześniej karcie Mentimetera (ryc. 1).

Mentimeter

3.141592653
589793238462
6433832795028
847971633375105
8209749445923078164
62862089986280358263421
477663083408

Z czym kojarzy się liczba pi?

Enter a word	25
Enter another word	25
Enter another word	25

Możesz wybrać wiele odpowiedzi

Prześlij

Następne pytanie

Ryc. 1. Z czym kojarzy ci się liczba pi? Opracowanie własne

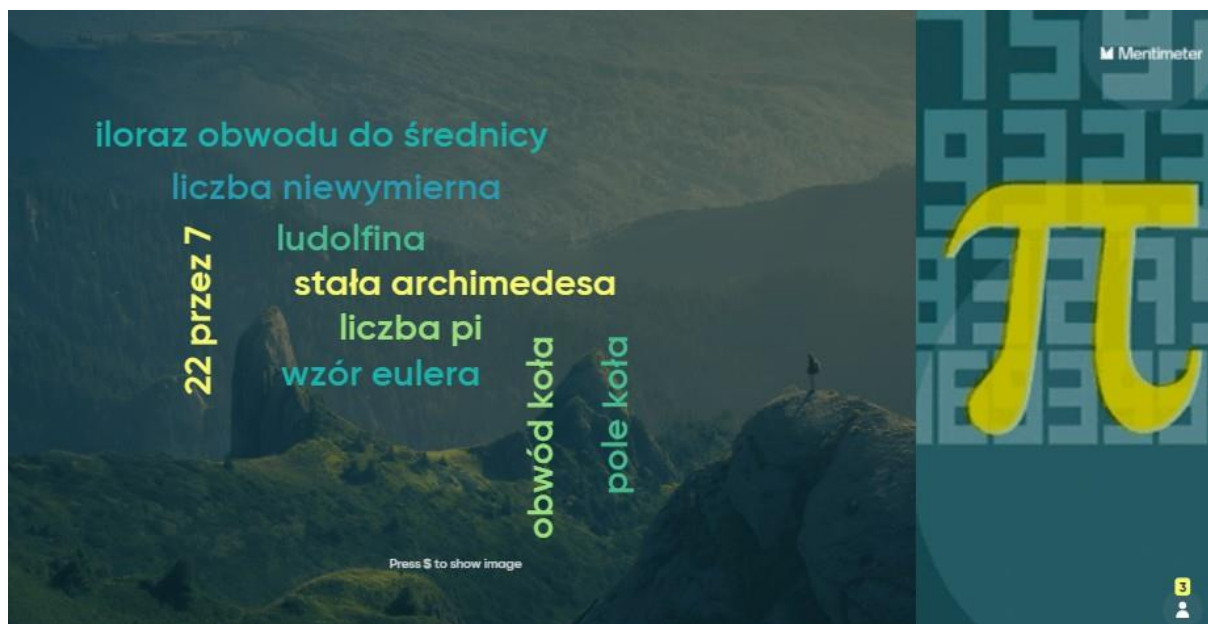
- Po naciśnięciu **Prześlij** uzyskamy pierwszy efekt (ryc. 2). Nauczyciel/nauczycielka przez cały czas trwania lekcji będzie uzupełniać w tym arkuszu Mentimetera kolejne skojarzenia dotyczące liczby pi.



Ryc. 2. Skojarzenia z liczbą pi. Opracowanie własne

3. Nauczyciel/nauczycielka nawiązuje do otrzymanych haseł i krótko wyjaśnia ich znaczenie. (Ludolfina – nazwę zawdzięcza niemieckiemu matematykowi Ludolphowi van Ceulen (XVII wiek), który obliczył 35 cyfr rozwinięcia po przecinku, a po jego śmierci wykuto liczbę pi na grobie. Stała Archimedeses – ten słynny uczonec (III w. p.n.e.) był pierwszym, który podał wartość przybliżoną liczby pi z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku, a także słynne wymierne $22/7$.)
4. Nauczyciel/nauczycielka formułuje temat lekcji: „Pi razy drzwi, czyli niezwykła liczba w zwykłym życiu”. Uczniowie/uczennice zapisują, a nauczyciel/nauczycielka nawiązuje do faktu, że szczególność liczby pi udowadnia właśnie używanie jej w mowie codziennej, ponieważ z wyrażeniami typu: „Pi razy drzwi” lub „Pi razy oko” spotkał się każdy z nas i co więcej potoczne znaczenie jest zbieżne z naukowym rozumieniem liczby pi.
5. W kolejnym etapie zajęć uczniowie/uczennice będą oglądać udostępniony przez nauczyciela/nauczycielkę film „Skąd się wzięła liczba pi?”: <https://www.naukatolubie.pl/podcast/skad-sie-wzela-liczba-pi/>.
6. Uczniowie/uczennice zostają poinformowani przez nauczyciela/nauczycielkę, że ich zadaniem jest wynotowanie informacji o liczbie pi. Po obejrzeniu filmu

uczniowie/uczennice będą je podawać, w aplikacji Mentimeter jako kolejne skojarzenia. Oczekiwane rezultaty: liczba niewymierna, $22/7$, iloraz obwodu koła do jego średnicy, $L = 2\pi r$, obwód koła, pole koła, wzór Eulera. Na ekranie będzie się pojawiała chmura skojarzeń z liczbą pi (ryc. 3).



Ryc. 3. Chmura skojarzeń z liczbą pi. Opracowanie własne

7. Nauczyciel/nauczycielka nawiązuje (sugeruję wykorzystanie krótkiej prezentacji, w programie PowerPoint czy innym, zawierającej podane dalej informacje) do tzw. pi-kultury, czyli faktu, że liczba pi jest wykorzystywana w bardzo szeroko rozumianej kulturze. W latach 80. XX w. w Polsce był emitowany telewizyjny program edukacyjny przeznaczony dla dzieci i młodzieży „Przybysze z Matplanety”, w którym jednym z bohaterów był nieśmiały i tchórzliwy Pi. Liczba π była inspiracją wielu artystów i reżyserów. Darren Aronofsky poruszył jej temat w swoim filmie „Pi”. W literaturze Pi jest imieniem bohatera powieści Yanna Martela – *Życie Pi* oraz tematem jednego z wierszy Wisławy Szymborskiej *Liczba Pi*, w którym „podziwu godna liczba Pi”, obrazująca wieczny i nieokreślony bezkres (nawiązanie do nieskończonego rozwinięcia), została przeciwstawiona marności życia ludzkiego. Rozwinięcie binarne liczby π (jako zaszyfrowana informacja dotycząca sensu wszechświata) odgrywa kluczową rolę w zakończeniu znanej powieści s.f. *Kontakt* Carla Sagana. Fascynacja π jako kluczem czy ważnym

elementem „wiedzy tajemnej” bywa obecna w wielu paranaukowych czy ezoterycznych sektach i stowarzyszeniach, poczynając od XVIII w.

Liczba π ma swoich licznych wielbicieli. Obchodzą oni Dzień

Liczb π (14 marca; amerykański sposób zapisu tej daty to „3.14”) oraz Dzień

Aproksymacji π (22 lipca) (europejski sposób zapisu daty to $22/7 \approx 3,1428$).

Tworzone są też wierszyki i opowiadania, w których długość każdego kolejnego słowa jest równa kolejnej cyfrze w rozwinięciu dziesiętnym liczby π ³

8. W kolejnej fazie lekcji nauczyciel/nauczycielka skupia uwagę uczniów/uczennic na wierszu (udostępnia na ekranie w dokumencie Word lub na kolejnych slajdach wyświetlanej prezentacji) Kazimierza Cwojdziańskiego z 1930 r., zamieszczonym w październikowym wydaniu czasopisma „Parametr” poświęconemu nauczaniu matematyki. Należy jednak pamiętać, że tekst powstał przed reformą ortografii z 1936 r. Wtedy pisano „nie ma” w znaczeniu „nie posiada” i „niema” w znaczeniu „nie jest”.

Kuć i orać,
w dzień zawzięcie
Bo plonów niema bez trudu!
Złocisty szczęścia okręcie,
Kołyszysz...
Kuć! My nie czekajmy cudu.
Robota to potęga ludu!⁴

³ https://pl.wikipedia.org/wiki/Pi#Kultura_%CF%80, [dostęp: 20.08.21]

⁴ https://pl.wikipedia.org/wiki/Pi#Kultura_%CF%80 [dostęp: 20.08.21]

Czy mamy tu do czynienia z pi-wierszowcem? – wspólnie z uczniami/uczennicami liczymy litery w poszczególnych wyrazach.

Wiersz Kazimierza Cwojdziańskiego	Kuć i orać,	3,14
	w dzień zawzięcie	159
	Bo plonów niema bez trudu!	26535
	Złocisty szczęścia okręcie,	897
	Kołyszysz...	9
	Kuć! My nie czekajmy cudu.	32384
	Robota to potęga ludu!	6264

Prezentujemy rozwinięcie liczby pi w liczbie co najmniej kilkunastu cyfr po przecinku, np.:

$\pi = 3,141592\ 653589\ 793238\ 462643\ 383279\ 502884\ 197169\ 399375\ 105820\dots$

lub korzystamy z ciekawej planszy z zasobów internetowych, np.

<https://www.math.utah.edu/~pa/math/pi.html>.

9. Podsumowując lekcję, nauczyciel/nauczycielka proponuje uczniom/uczennicom rozwiązanie samooceniającego testu na stronie Quizizz pod nazwą Liczba pi, zawierającego 11 pytań, udostępniając link do testu: <https://quizizz.com/join/search/liczba%20pi>. Po kilku minutach test jest rozwiązywany wspólnie z nauczycielem/nauczycielką w celu weryfikacji odpowiedzi. Nauczyciel/nauczycielka zbiera tylko luźne informacje od uczniów/uczennic o uzyskanym przez nich wyniku – test nie ma mieć cech oceny przez nauczyciela/nauczycielkę.
10. Nauczyciel/nauczycielka w trakcie samodzielnej pracy samooceniającej uczniów/uczennic uzupełnia w Mentimeterze kolejne skojarzenia – pi-wierszowce, Wisława Szymborska – wiersz *Liczba Pi*, film „Życie Pi”, Dzień Liczby Pi. Wykonuje zrzut „chmury” skojarzeń ([liczba pi copy \(2\) – Mentimeter](#)), który po lekcji udostępni uczniom/uczennicom w Teams.

11. Zadanie pracy domowej:

Treść pracy domowej nauczyciel/nauczycielka wyświetla w Notesie zajęć. W tle nauczyciel/nauczycielka uruchamia piosenkę Kate Bush „Pi”. Zwraca uczniom/uczennicom szczególną uwagę na fragment, w którym piosenkarka po prostu śpiewa kolejne cyfry liczby Pi. Nauczyciel/nauczycielka nie wymienia jednak nazwiska ani tytułu – informacje te zostaną umieszczone w materiale do pracy domowej: <https://www.youtube.com/watch?v=kZSHr5E7fZY>.

Praca domowa będzie polegała na wykonaniu prezentacji na temat „Pi – niezwykła liczba” w programie PowerPoint lub referatu w formie pisemnej. Dopuszcza się inne formy – po uzgodnieniu z nauczycielem/nauczycielką. Czas wykonania wynosi dwa tygodnie. Po tygodniu uczniowie/uczennice określą techniczną formę pracy, nauczyciel/nauczycielka pyta o stan zaawansowania pracy. Inspiracją mogą być skojarzenia umieszczone po lekcji w „chmurze” Mentimetera oraz materiały udostępnione po lekcji przez nauczyciela/nauczycielkę w Forms – linki do stron, filmów, materiały graficzne.

- ([liczba pi copy \(2\) - Mentimeter](#)),
- https://www.tekstowo.pl/piosenka,kate_bush,pi.html,
- <http://www.matematyka.wroc.pl/book/pi-busy>,
- <https://quizizz.com/join/search/liczba%20pi>,
- <https://pl.wikipedia.org/wiki/Pi>,
- <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/2a/Pi-unrolled-720.gif>,
- <https://www.youtube.com/watch?v=R936-y2aRHo>,
- <https://www.math.utah.edu/~pa/math/pi.html>.

12. Po zakończeniu zajęć nauczyciel/nauczycielka umieszcza w Notesie zajęć w sekcji Biblioteka zawartości treść pracy domowej oraz materiały pomocnicze dla uczniów/uczennic.

Ewaluacja zajęć

Na zakończenie lekcji uczniowie/uczennice wypełniają udostępnioną przez nauczyciela/nauczycielkę ankietę w Forms, w której, poza pytaniami o nastawienie, zaciekawienie itp., określają zapamiętane informacje w formie krótkich skojarzeń.

Informacji zwrotnej dostarczy też jakość i różnorodność form pracy domowej.

Bibliografia

Brudnik E., Moszyńska A., Owczarska B., (2011), *Ja i mój uczeń pracujemy aktywnie. Przewodnik po metodach aktywizujących*, Kielce: Jedność.

Centrum Dobrego Wychowania, *Księga szyfrów*, dostępny online, <https://cdw.edu.pl/ksiega-szyfrow-czyli-zbior-zabaw-z-szyframi-do-pobrania/> [dostęp: 20.08.2021].

Donocik I., (2021), *Kształcenie na odległość w szkołach i placówkach systemu oświaty w sytuacji pandemii. Z doświadczeń w roku szkolnym 2019/2020*, dostępny online, <file:///C:/Users/scdn/Downloads/i.donocik-ksztalcenie-na-odleglosc-w-pandemii.pdf> [dostęp: 20.08.21].

Fazlagić J., (2020), *Kompendium wiedzy na temat opracowania programów nauczania i scenariuszy zajęć oraz lekcji wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych niezbędnych do poruszania się na rynku pracy*, dostępny online, <https://www.ore.edu.pl/materialy-do-pobrania/page/3/> [dostęp: 20.08.21].

Grudzień M., Sopyło M., (2020), *Bezpieczne i odpowiedzialne korzystanie z zasobów sieci. Internet a prawa autorskie*, dostępny online, [file:///C:/Users/scdn/Downloads/bezpieczne-i-odpowiedzialne-korzystanie-z-zasobow-sieci.internet-a-prawa-autorskie%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/scdn/Downloads/bezpieczne-i-odpowiedzialne-korzystanie-z-zasobow-sieci.internet-a-prawa-autorskie%20(1).pdf) [dostęp: 20.08.21].

Janczak D., Grześlak M., (2020), *Rozwijanie kreatywności i postaw proinnowacyjnych uczniów z wykorzystaniem nowych technologii*, dostęp online: [file:///C:/Users/scdn/Downloads/rozwijanie-kreatywnosci_%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/scdn/Downloads/rozwijanie-kreatywnosci_%20(1).pdf) [dostęp: 20.08.21].

Korzystanie z notesu zajęć programu OneNote w usłudze Teams, Microsoft Teams for Education, dostępny online, <https://support.microsoft.com/pl-pl/topic/korzystanie-z-notesu-zaj%C4%99%C4%87-programu-onenote-w-us%C5%82udze-teams-bd77f11f-27cd-4d41-bfbd-2b11799f1440> [dostęp: 20.08.21].

Tworzenie spotkań, uczestniczenie w nich i ich prowadzenie podczas używania aplikacji Teams do nauki na odległość, Microsoft Teams for Education, dostępny online, <https://support.microsoft.com/pl-pl/topic/tworzenie-spotka%C5%84-uczestniczenie-w-nich-i-ich-prowadzenie-podczas-u%C5%BCywania-aplikacji-teams-do-nauki-na-odleg%C5%82o%C5%9B%C4%87-788d730f-2c7e-4761-a059-c9b3fe87adf7> [dostęp: 20.08.21].

Załączniki

Załącznik 1.

Karta pracy 1. Grupa 1.

Karta pracy 1. Grupa 2.

Karta pracy 1. Grupa 3.

Załącznik 2.

Tekst piosenki:

Sweet and gentle sensitive man
With an obsessive nature and deep fascination
For numbers
And a complete infatuation with the calculation of Pi

Oh he love, he love, he love
He does love his numbers
And they run, they run, they run him
In a great big circle
In a circle of infinity

3.1415926535 897932
3846 264 338 3279

Oh he love, he love, he love
He does love his numbers
And they run, they run, they run him
In a great big circle
In a circle of infinity
But he must, he must, he must
Put a number to it

50288419 716939937510
582319749 44 59230781
6406286208 821 4808651 32

Oh he love, he love, he love
He does love his numbers
And they run, they run, they run him
In a great big circle
In a circle of infinity

Tłumaczenie: [Ukryj tłumaczenie](#)

Słodki i łagodny wrażliwy mężczyzna
Obsesyjnej natury i z głęboką fascynacją
Dla liczb
I z pełnym zauroczeniem obliczenia
Liczby Pi

Och, on kocha kocha kocha
Kocha swoje liczby
Okrążają go
Wielkim kołem
Kołem nieskończoności

3.1415926535 897932
3846 264 338 3279

Och, on kocha kocha kocha
Kocha swoje liczby
Okrążają go
Wielkim kołem
Kołem nieskończoności
Ale on musi musi musi
Dokładać do niej kolejne liczby

50288419 716939937510
582319749 44 59230781
6406286208 821 4808651 32

Och, on kocha kocha kocha
Kocha swoje liczby
Okrążają go
Wielkim kołem
Kołem nieskończoności

Ryc. 4. Tekst piosenki https://www.tekstowo.pl/piosenka,kate_bush,pi.html