SCENARIUSZ LEKCJI

1	temat zajęć	ODJECHAĆ SAMOCHODEM CZY NA KOZIE? WYKORZYSTANIE PRAWDOPODOBIEŃSTWA KLASYCZNEGO W PRAKTYCE.
2	czas realizacji	45 min
3	grupa docelowa	Szkoła ponadgimnazjalna, klasa 3 / Szkoła ponadpodstawowa, klasa 3
4	powiązania z tematami e-podręcznika	MATEMATYKA „Odkryj, zrozum, zastosuj...” 4.1. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa. Własności prawdopodobieństwa. Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń losowych.
5	ogólny cel kształcenia	Używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozumowań i uzasadniania wniosków, a także do przedstawiania danych.
6	kształtowane kompetencje kluczowe	Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z dnia 18.12.2006, w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie: 3) kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne; 4) kompetencje informatyczne; 5) umiejętność uczenia się.
7	cele szczegółowe/ operacyjne	Uczeń: • formułuje i uzasadnia wnioski na podstawie wykonywanych doświadczeń; • opisuje prowadzone rozumowania językiem matematyki; • wykorzystuje narzędzia prawdopodobieństwa do wyboru najlepszego rozwiązania w sytuacjach z życia codziennego.
8	metody/ techniki kształcenia	• ale kino • dywanik pomysłów • analiza sytuacyjna • dyskusja • drzewo wiadomości i drzewo pytań
9	formy organizacji pracy	• praca w parach • praca w małych grupach • praca zbiorowa

PRZEBIEG LEKCJI

I FAZA WPROWADZAJĄCA

1. Uczniowie oglądają fragment teleturnieju „Idź na całość”, emitowanego w latach 90-tych w polskiej telewizji. Aby wygrać w turnieju, należało trafnie wytypować spośród trzech – jedną bramkę, w której ukryta była zaskakująca nagroda. Mógł to być np. serwis do kawy, telewizor, a nawet samochód..

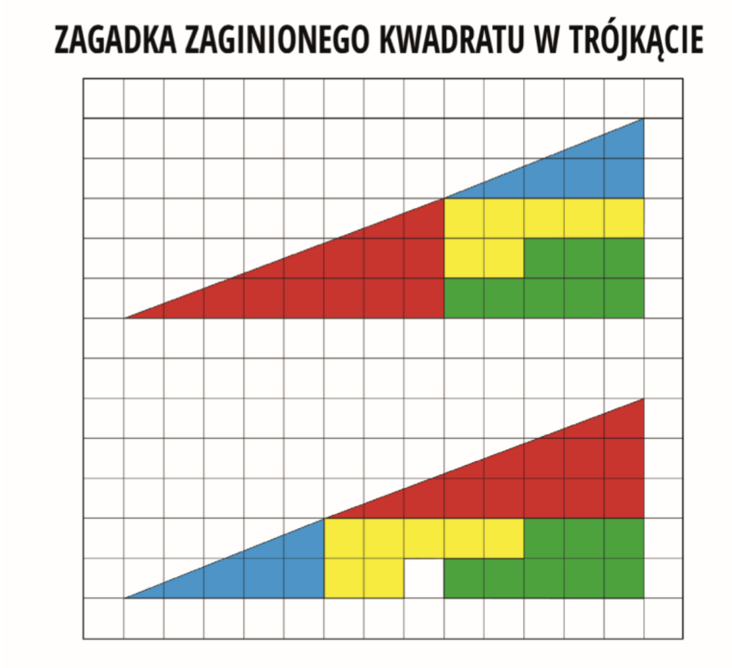
2. Uczniowie pracują metodą „dywanik pomysłów” – wspólnie zastanawiają się, jaką strategię gry powinien obrać zawodnik, aby mieć największą szansę wygranej. Czy pozostać przy pierwotnym wyborze, czy zmienić wybór. Stawiają hipotezy i uzasadniają je. Problem nie zostaje w tej fazie zajęć rozstrzygnięty.

3. Nauczyciel informuje, że rozwiązanie tego problemu zapewne będzie dla większości uczniów zaskakujące, sprzeczne z intuicją. Takie rozumowanie zwane jest paradoksem.

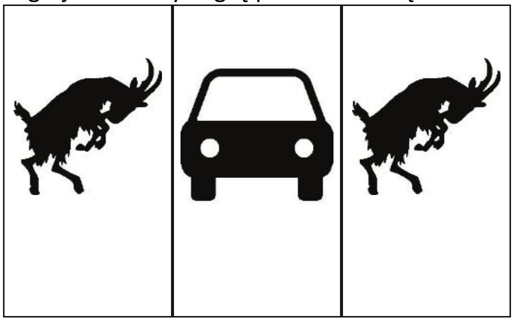
Paradoks – prawdziwe rozumowanie, którego wynik jest zaskakujący, sprzeczny z intuicją.

4. Nauczyciel podaje przykład paradoksu „zaginiony kwadrat”, a jeden z uczniów prezentuje jego rozwiązanie (chętni uczniowie mieli rozwiązać zadanie w domu).

Zaginiony kwadrat
Trójkąt prostokątny zbudowany jest z 4 części. Części te rozłożono i ponownie zbudowano z nich trójkąt. Okazało się, że brakuje jednego kwadratu. Jak to jest możliwe?



Uwaga
Jeżeli uczniowie danej klasy wolno pracują lub są bardzo refleksyjni, można zrezygnować w części wprowadzającej z oglądania fragmentów teleturnieju.

II	FAZA REALIZACYJNA	1. Uczniowie słuchają wspólnie 1 części audiobooka. Porównują swoje rozważania na temat wygranej (prowadzone w poprzedniej części lekcji), z dyskusją bohaterów audiobooka. Pozostają przy swoich pomysłach lub modyfikują je. 2. Po wysłuchaniu drugiej części audiobooka, uczniowie sprawdzają w praktyce, czy potwierdzi się, że warto zmienić początkowo wybraną bramkę. Rozwiązanie problemu zapisują, korzystając z symboliki rachunku prawdopodobieństwa. Czy warto zmienić bramkę? Dobierzcie się w pary i przygotujcie 3 kartoniki. Na jednym narysujcie samochód, na dwóch kozy. Zagrajcie 10 razy w grę przedstawioną w audiobooku.  Zmieniajcie się rolami (gracza i prowadzącego teleturniej). Notujcie wyniki. Zbierzcie wyniki otrzymane przez wszystkie pary i przeanalizujcie je wspólnie. Czy w praktyce potwierdziło się, że warto zmieniać początkowo wybraną bramkę? Uzasadnijcie swoją wypowiedź. 3. Jeśli uczący się zgłębiają matematykę w zakresie rozszerzonym, nauczyciel może zaproponować przeanalizowanie sytuacyjne w małych grupach problemu „wycieczka dookoła świata”, którego formalne rozwiązanie prowadzi do wykorzystania prawdopodobieństwa warunkowego. Rozwiązanie problemu uczniowie zapisują, korzystając z symboliki rachunku prawdopodobieństwa. Wycieczka dookoła świata Bierzecie udział w grze, w której można wygrać wycieczkę dookoła świata. Przed wami 100 pudełek. W jednym z nich ukryty jest kupon na tę wycieczkę. Wybieracie jedno pudełko (na przykład numer 10), a prowadzący grę otwiera pozostałych 98 pudełek, pozostawiając nieotwartymi pudełko wybrane przez was i jeszcze jedno (na przykład numer 20). W żadnym z otwartych pudełek nie ma kuponu. Jakie jest prawdopodobieństwo, że nagroda znajduje się w wybranym przez was pudełku? A w pudełku numer 20? Jeśli zmienicie swój wybór, wskazując pudełko numer 20, jakie będzie teraz prawdopodobieństwo wygranej? Jak myślicie – dlaczego prowadzący odsłonił 98 bramek, a nie jedną (jak w grze omawianej w audiobooku)? Nauczyciel inicjuje dyskusję na temat zagadki typowo matematycznej, zwanej paradoksem kawalera de Mere, związanej z określeniem szansy wygranej w rzucie trzema kostkami do gry. Rozważania powinny doprowadzić do refleksji na temat różnicy między liczbą zdarzeń sprzyjających zajściu zdarzenia polegającego np. na rzucie kostkami do gry, w sytuacji, gdy rozróżniamy lub nie kolejność rzutów. Paradoks kawalera de Mere XVII-wieczny francuski pisarz, Antoine Gombaud (zwany kawalerem de Mere), sformułował problem zwany dzisiaj paradoksem kawalera de Mere: Przy rzucie trzema kostkami do gry, sumę oczek równą 11 można uzyskać 6 sposobami: 11 = 6 + 4 + 1

<table>
<tr><td></td><td></td><td>11 = 6 + 3 + 2
11 = 5 + 5 + 1
11 = 5 + 4 + 2
11 = 5 + 3 + 3 11 = 4 + 4 + 3
Podobnie sumę oczek równą 12:
12 = 6 + 5 + 1
12 = 6 + 4 + 2 12 = 6 + 3 +
3
12 = 5 + 5 + 2
12 = 5 + 4 + 3 12 = 4 + 4 +
4
Wszystkich możliwości jest:

6+2 x + = (6) (6) 56
2 3

Zatem wydaje się, że szanse są równe, gdyż oba zdarzenia mają prawdopodobień-stwa $\frac{6}{56}$ równe
A jednak okazuje się, że szansa wypadnięcia sumy oczek równej 11 jest większa od szansy wypadnięcia sumy oczek równej 12. Dlaczego?

51. Jeśli uczniowie są bardziej zainteresowani zagadnieniami związanymi z rachunkiem prawdopodobieństwa, zamiast dyskusji nad paradoksem kawalera de Mere (lub po jego przeanalizowaniu), mogą wspólnie zastanowić się nad rozwiązaniem paradoksu losowania. Konkluzją powinno być stwierdzenie, że sprzeczność wynika z niejednakowego określenia przestrzeni zdarzeń w każdym z podsumowujących stwierdzeń i zauważenie, jak ważne jest doprecyzowanie języka opisującego zdarzenia.

Paradoks losowania
W pudełku znajduje się 100 kul: 10 białych, 20 czerwonych, 30 niebieskich i 40 czarnych. Losujemy jedną kulę.
Wynika stąd, że:
• z największym prawdopodobieństwem wyciągnięta kula będzie czarna (bo tych jest najwięcej),
• prawdopodobieństwo, że wyciągnięta kula nie będzie czarna, jest większe niż prawdopodobieństwo wyciągnięcia kuli czarnej (bo jest więcej nieczarnych, niż czarnych).
Wniosek: najbardziej prawdopodobne jest wylosowanie kuli czarnej i jednocześnie nieczarnej.

16. Elementem kończącym tę część zajęć, może być wyodrębnienie elementów poszczególnych zadań, które wpłynęły na nazwanie rozważanych problemów paradoksami, utrwalenie poznanych pojęć, związanych z rachunkiem prawdopodobieństwa, podanie przez uczących się znanych im innych przykładów paradoksów.</td></tr>
<tr><td>**III**</td><td>FAZA PODSUMOWUJĄCA</td><td>1. Podsumowując zajęcia uczniowie wspólnie wypisują poznane ważne pojęcia i wnioski. Na planszy „drzewo wiadomości i drzewo pytań”, przygotowanej wcześniej przez nauczyciela, zapisują na liściach czego się nauczyli i jakie mają jeszcze pytania i wątpliwości. Od odpowiedzi na te pytania, powinna rozpocząć się następna lekcja.
2. Zadanie uczniom pracy domowej.</td></tr>
</table>