



PAKIET MATERIAŁÓW DYDAKTYCZNYCH

ORE OŚRODEK
ROZWOJU
EDUKACJI

do kształcenia
na odległość dla nauczycieli
matematyki
szkoły ponadpodstawowej

Projekt „Wsparcie placówek doskonalenia nauczycieli i bibliotek pedagogicznych w realizacji zadań związanych z przygotowaniem i wsparciem nauczycieli w prowadzeniu kształcenia na odległość”.

Oś priorytetowa: II. Efektywne polityki publiczne dla rynku pracy, gospodarki i edukacji,
Działanie: 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty.

Projekt dofinansowany z Unii Europejskiej z Europejskiego Funduszu Społecznego

SCENARIUSZ 1 (1 z 3)

SCENARIUSZ ZAJĘĆ DLA: uczniów szkół ponadpodstawowych

PROWADZONYCH PRZEZ: nauczycieli kształcenia ogólnego

TEMAT: Postać kanoniczna funkcji kwadratowej

CELE OGÓLNE (w odniesieniu do podstawy programowej kształcenia ogólnego):

Podstawa programowa:

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

V. Funkcje. Zakres podstawowy. Uczeń:

8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje).

CELE SZCZEGÓŁOWE. UCZEŃ:

- definiuje pojęcie kanonicznej postaci funkcji kwadratowej;
- określa właściwości kanonicznej postaci funkcji kwadratowej;
- wykonuje obliczenia.

KSZTAŁTOWANE KOMPETENCJE KLUCZOWE:

- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii.

METODY PRACY:

- dyskusja;
- drzewo pomysłów;
- liga zadaniowa;
- burza mózgów.

ŚRODKI DYDAKTYCZNE:

- MS Teams,
- MS Forms,
- zeszyt,
- długopis.

PRZEWIDYWANY CZAS:

- 45 minut (w tym 25 minut pracy własnej ucznia).

PROPONOWANY PRZEBIEG ZAJĘĆ:

Faza przygotowawcza

1. Cel fazy przygotowawczej (zakładane efekty kształcenia)

- wprowadzenie w tematykę zajęć,
- omówienie celów zajęć.

2. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla nauczyciela

Nauczyciel na lekcji online łączy się z uczniami za pomocą aplikacji np. MS Teams, sprawdza obecność. Podczas realizowania zajęć w formie zdalnej (online) ważne jest, żeby prowadzący zajęcia zadbał o dostęp uczniów do materiałów źródłowych (najlepiej w ramach używanej e-platformy dydaktycznej), tak by uczniowie spóźnieni i nieobecni mieli odpowiednie materiały.

Udostępnione materiały też przydadzą się uczniom do powtórzenia wiadomości oraz będą stanowić istotną pomoc dla uczniów słabszych. W celu utrzymania dwustronnego kontaktu z uczniami oraz ich wysokiej aktywności istotne jest korzystanie z różnych metod dydaktycznych.

Uczniowie biorący udział w zajęciach online powinni tworzyć własne notatki, należy pamiętać, że nie wszystkie platformy umożliwiają nagrywanie zajęć. Utworzone notatki mogą stanowić cenną pomoc przy rozwiązywaniu quizów (testów).

W czasie powtórzenia materiału należy położyć nacisk na aktywność uczniów.

Prezentacja materiałów multimedialnych powinna być połączona z objaśnianiem ich treści przez prowadzącego. Warto na tym etapie zapamiętać uczniów aktywnych o wiedzy wyprzedzającej zajęcia oraz uczniów wycofanych mających braki lub problemy edukacyjne. Uczniowie zdolni powinni mieć możliwość wykazania się dodatkową wiedzą np. poprzez wyjaśnianie zarówno nowych, jak i znanych terminów, uczniowie o zróżnicowanych potrzebach edukacyjnych powinni mieć możliwość aktywnego uczestnictwa w zajęciach.

3. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla ucznia

Uczniowie łączą się z nauczycielem za pomocą aplikacji np. MS Teams. Zapisują w zeszytach temat lekcji.

4. Szczegółowo opisane sytuacje dydaktyczne

Uczniowie, na podstawie posiadanej wiedzy, odpowiadają na pytania zadane przez nauczyciela.

5. Materiały graficzne / załączniki (pliki do stworzonych materiałów) / multimedia (pliki)

6. Wskazówki do pracy z osobami ze zróżnicowanymi potrzebami rozwojowymi

- kilkuminutowe wydłużenie czasu pracy,
- częste powtórki słowne i odwoływanie się do konkretnego,
- częste powtórki istoty zagadnienia zaznaczane intensywnym kolorem,
- okazywanie aprobaty, pochwały dla podejmowanego wysiłku.

Faza zasadnicza

1. Cel fazy zasadniczej (zakładane efekty kształcenia). Uczeń:

- definiuje pojęcie kanonicznej postaci funkcji kwadratowej,
- określa właściwości kanonicznej postaci funkcji kwadratowej,
- wykonuje obliczenia.

2. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla nauczyciela

Nauczyciel zamieszcza na platformie edukacyjnej np. MS Teams plik z materiałem źródłowym zasadniczego tematu lekcji (tekst przewodni). Wskazuje uczniom miejsce udostępnionego pliku, nakazując pobranie/wyświetlenie pliku, zapoznanie się z jego treścią i wykonanie zamieszczonych w nim zadań.

3. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla ucznia

Uczniowie pobierają zamieszczony i udostępniony przez nauczyciela plik źródłowy, otwierają go w przeglądarce html lub pdf i zapoznają się z jego treścią.

Następnie logują się na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej celem zapoznania się z materiałem tam zawartym.

4. Szczegółowo opisane sytuacje dydaktyczne

Funkcja kwadratowa zapisana w postaci kanonicznej wygląda tak:

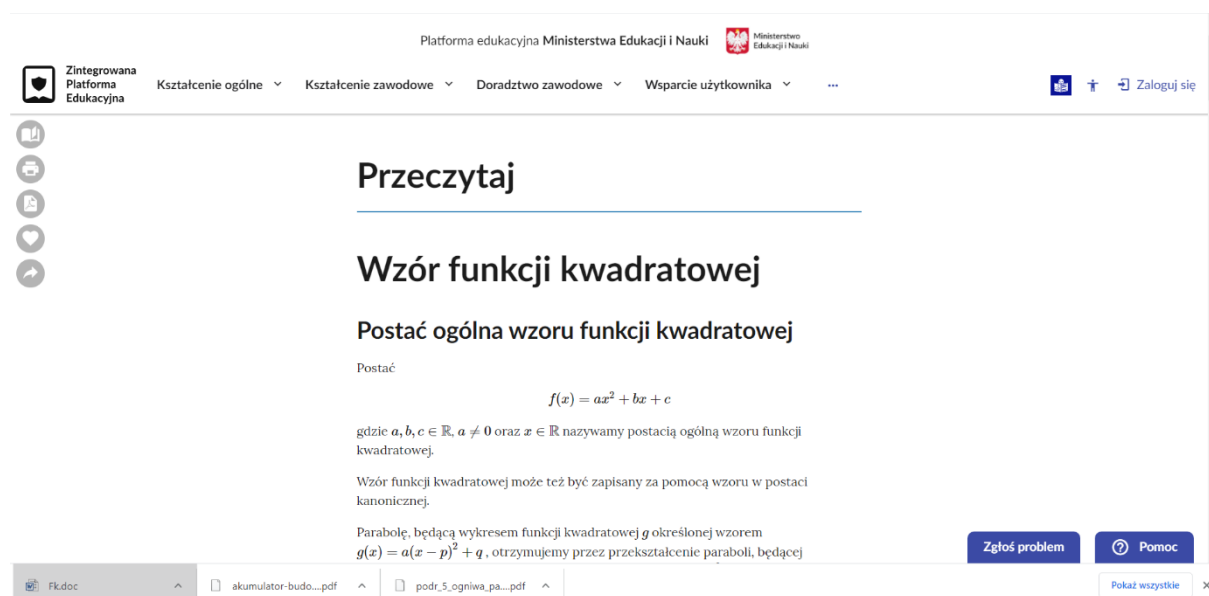
$$f(x)=a(x-p)^2+q$$

gdzie a, p, q są współczynnikami liczbowymi i $a \neq 0$.

Współczynniki p i q są współrzędnymi wierzchołka paraboli, będącej wykresem funkcji kwadratowej. Oznaczmy ten wierzchołek przez $W=(p,q)$. Jeżeli znamy postać ogólną funkcji kwadratowej, to możemy obliczyć współrzędne p i q ze wzorów:

$$pq = -\frac{b^2}{4a}$$

Zaletą postaci kanonicznej jest to, że widać z niej od razu współrzędne wierzchołka paraboli. Dodatkowo za pomocą współczynnika a możemy określić, czy ramiona paraboli są skierowane do góry ($a > 0$), czy do dołu ($a < 0$).



The screenshot shows the ZPE website interface. At the top, there is a navigation bar with the logo 'Zintegrowana Platforma Edukacyjna' and the Ministry of Education and Science logo. Below the navigation bar, there are several menu items: 'Kształcenie ogólne', 'Kształcenie zawodowe', 'Doradztwo zawodowe', and 'Wsparcie użytkownika'. The main content area is titled 'Przeczytaj' (Read) and 'Wzór funkcji kwadratowej' (Quadratic function formula). The text explains the general form of a quadratic function, the canonical form, and the vertex form. The general form is given as $f(x) = ax^2 + bx + c$. The canonical form is given as $g(x) = a(x - p)^2 + q$. The text also mentions that the vertex form can be obtained by transforming the parabola. There are buttons for 'Zgłoś problem' (Report problem) and 'Pomoc' (Help) at the bottom right of the content area. The browser's address bar shows the URL <https://zpe.gov.pl/a/przeczytaj/DKVPW3guD>.

Rysunek 1. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej, źródło: <https://zpe.gov.pl/a/przeczytaj/DKVPW3guD> [dostęp: 25.11.2021]

Faza końcowa

1. Cel fazy końcowej (zakładane efekty kształcenia)

- sprawdzenie poziomu osiągnięcia celów szczegółowych zajęć.

2. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla nauczyciela

Nauczyciel za pomocą Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej wskazuje ćwiczenia do wykonania w celu utrwalenia wiadomości.

3. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla ucznia

Uczniowie logują się na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej. Nauczyciel wskazuje ćwiczenia do wykonania.

4. Szczegółowo opisane sytuacje dydaktyczne

Zadanie 1

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej, wiedząc, że jej jedynym miejscem zerowym jest liczba -2 oraz wykres funkcji przechodzi przez punkt A (-4,2).

Zadanie 2

Wyznacz dziedzinę funkcji: $y = \frac{3x}{x^2 - 5x + 6}$.

Zadanie 3

Dla funkcji $y = (2x + 1)(x - 2)$ wyznacz przedział, w którym funkcja jest malejąca.

Zadanie 4

Wyznacz zbiór wartości funkcji $y = (x - 1)^2 + 2$.

Zadanie 5

Podaj współrzędne wierzchołka paraboli funkcji $y = -14(x - 27)(x+3)$.

Zadanie 6

Znajdź wartość parametru a, wiedząc, że jedynym miejscem zerowym funkcji $f(x) = x^2 + ax - 12$ jest liczba 4.

Zadanie 7

Podaj maksymalny przedział, w którym funkcja $f(x) = x^2 + 2x + 3$ jest rosnąca.

Zadanie 8

Wyznacz miejsca zerowe funkcji kwadratowej $y = -2(x - 3)^2 + 8$.

5. Materiały graficzne / załączniki (pliki do stworzonych materiałów) / multimedia (pliki)

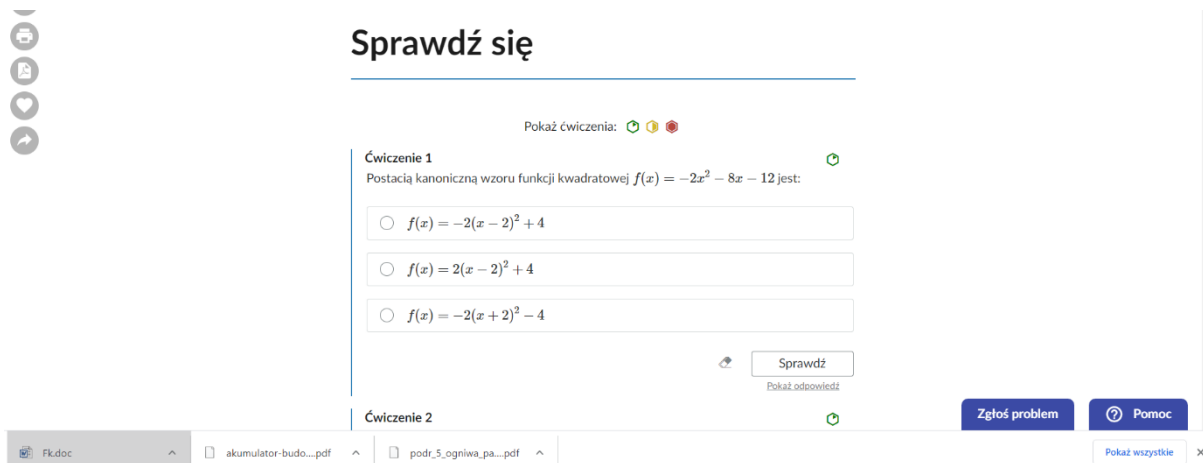
Rysunek 1. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej

6. Wskazówki do pracy z osobami ze zróżnicowanymi potrzebami rozwojowymi

- kilkunastominutowe wydłużenie czasu pracy,
- umożliwienie uczniom zadawania pytań pomocniczych do treści tekstu przewodniego,
- częste powtórki słowne i odwoływanie się do konkretnych przykładów,
- częste powtórki istoty zagadnienia zaznaczone intensywnym kolorem,
- okazywanie aprobaty, pochwały dla podejmowanego wysiłku.

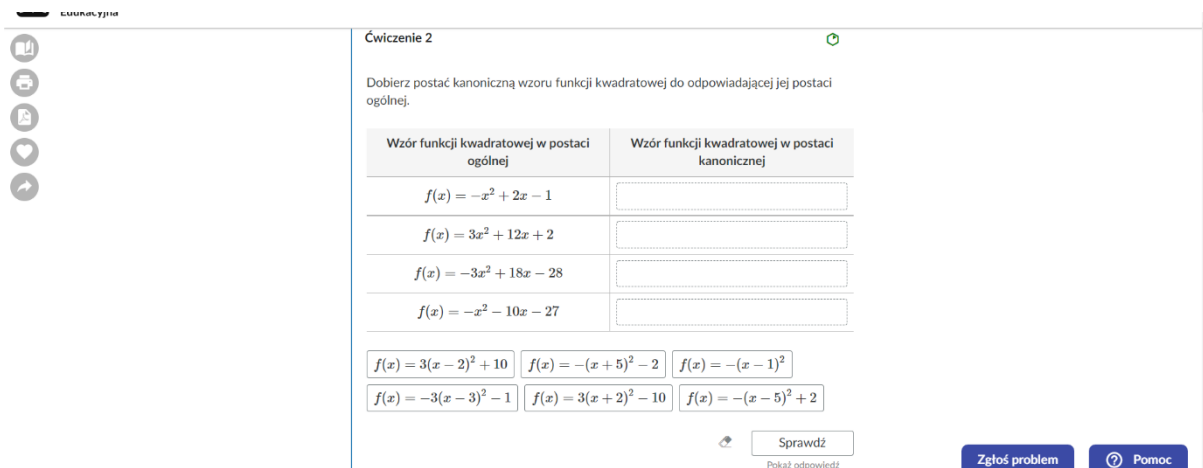
EWALUACJA ZAJĘĆ (sprawdzenie osiągnięcia zakładanych efektów kształcenia)

Ćwiczenie 1



Rysunek 2. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 1, źródło: <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/DZvA0I0Ib> [dostęp: 25.11.2021]

Ćwiczenie 2



Rysunek 3. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 2, źródło: <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/DBrDhD1Jq> [dostęp: 25.11.2021]

Ćwiczenie 3

Platforma edukacyjna Ministerstwa Edukacji i Nauki

Zintegrowana Platforma Edukacyjna

Kształcenie ogólne Kształcenie zawodowe Doradztwo zawodowe Wsparcie użytkownika

Zaloguj się

Sprawdź
Pokaż odpowiedź

Ćwiczenie 3

Dana jest funkcja kwadratowa określona wzorem $f(x) = -3x^2 + 12x - 14$. Wskaż, które wartości potrzebne do wzoru w postaci kanonicznej zostały obliczone prawidłowo.

$q = -2$

$q = 24$

$p = 2$

$a = 3$

Sprawdź
Pokaż odpowiedź

Rysunek 4. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 3, źródło: <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/DBrDhD1Jq> [dostęp: 25.11.2021]

Ćwiczenie 4

Ćwiczenie 4

Przyporządkuj wartości potrzebne do wyznaczenia wzoru funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej, jeżeli dany jest wzór tej funkcji w postaci ogólnej.

$f(x) = -5x^2 - 20x - 19$

$p = 3$ $a = 5$ $p = -2$

$a = -5$ $q = -2$ $q = 1$

$f(x) = 5x^2 - 30x + 43$

Sprawdź
Pokaż odpowiedź

Rysunek 5. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 4, źródło: <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/DBrDhD1Jq> [dostęp: 25.11.2021]

Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 5

Połącz w pary wzór funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej z odpowiadającym mu wzorem w postaci kanonicznej.

$f(x) = 2x^2 + 8x + 2$	$f(x) = -2(x + 3)^2 - 6$
$f(x) = -2x^2 + 4x - 3$	$f(x) = -2(x - 1)^2 - 1$
$f(x) = 2x^2 - 4x - 2$	$f(x) = 2(x + 2)^2 - 6$
$f(x) = -2x^2 - 12x - 24$	$f(x) = 2(x - 1)^2 - 4$

Pokaż odpowiedzi

Rysunek 6. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 5, źródło: <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/D1Jq> [dostęp: 25.11.2021]

BIBLIOGRAFIA:

1. W. Babiański, L. Chańko, K. Wej, (2019), *Matematyka Zakres podstawowy. Podręcznik dla absolwentów szkół podstawowych*, Warszawa: Nowa Era.

ZAŁĄCZNIKI:

Rysunek 1. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej.

Rysunek 2. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 1.

Rysunek 3. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 2.

Rysunek 4. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 3.

Rysunek 5. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 4.

Rysunek 6. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 5.

SCENARIUSZ 2 (2 z 3)

SCENARIUSZ ZAJĘĆ DLA: uczniów szkół ponadpodstawowych

PROWADZONYCH PRZEZ: nauczycieli kształcenia ogólnego

TEMAT: Monotoniczność funkcji kwadratowej

CELE OGÓLNE (w odniesieniu do podstawy programowej kształcenia ogólnego):

Podstawa programowa:

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

V. Funkcje. Zakres podstawowy. Uczeń:

8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);

CELE SZCZEGÓŁOWE. UCZEŃ:

- ustala, w jakim przedziale funkcja kwadratowa jest rosnąca, a w jakim malejąca;
- opisuje sposób wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji kwadratowej;
- stosuje poznaną wiedzę do rozwiązywania problemów matematycznych.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii;
- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji.

METODY PRACY:

- dyskusja;
- metoda kota i myszy.

ŚRODKI DYDAKTYCZNE:

- MS Teams,
- MS Forms,
- zeszyt,

- długopis.

PRZEWIDYWANY CZAS:

- 45 minut (w tym 25 minut pracy własnej ucznia).

PROPONOWANY PRZEBIEG ZAJĘĆ:

Faza przygotowawcza

1. Cel fazy przygotowawczej (zakładane efekty kształcenia)

- wprowadzenie w tematykę zajęć,
- omówienie celów zajęć.

2. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla nauczyciela

Nauczyciel na lekcji online łączy się z uczniami za pomocą aplikacji np. MS Teams, sprawdza obecność. Podczas realizowania zajęć w wersji zdalnej (online), ważne jest żeby prowadzący zajęcia zadbał o dostęp uczniów do materiałów źródłowych (najlepiej w ramach używanej e-platformy dydaktycznej), tak by uczniowie spóźnieni i nieobecni mieli odpowiednie materiały.

Udostępnione materiały też przydadzą się uczniom do powtórzenia wiadomości oraz będą stanowić istotną pomoc dla uczniów słabszych. W celu utrzymania dwustronnego kontaktu z uczniami oraz ich wysokiej aktywności istotne jest korzystanie z różnych metod dydaktycznych.

Uczniowie biorący udział w zajęciach online powinni tworzyć własne notatki, należy pamiętać, że nie wszystkie platformy umożliwiają nagrywanie zajęć. Utworzone notatki mogą stanowić cenną pomoc przy rozwiązywaniu quizów (testów).

W czasie powtórzenia materiału należy położyć nacisk na aktywność uczniów.

Prezentacja materiałów multimedialnych powinna być połączona z objaśnianiem ich treści przez prowadzącego. Warto na tym etapie zapamiętać uczniów aktywnych o wiedzy wyprzedzającej zajęcia oraz uczniów wycofanych mających braki lub problemy edukacyjne. Uczniowie zdolni powinni mieć możliwość wykazania się dodatkową wiedzą np. poprzez wyjaśnianie zarówno nowych, jak i znanych terminów, uczniowie o zróżnicowanych potrzebach edukacyjnych powinni mieć możliwość aktywnego uczestnictwa w zajęciach.

3. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla ucznia

Uczniowie łączą się z nauczycielem za pomocą aplikacji np. MS Teams. Zapisują w zeszytach temat lekcji.

4. Szczegółowo opisane sytuacje dydaktyczne

Przedstawienie tematu zajęć: „Monotoniczność funkcji kwadratowej” oraz wspólne z uczniami ustalenie kryteriów sukcesu.

Uczniowie przygotowują w parach pytania związane z tematem. Czego chcą się dowiedzieć? Co ich interesuje w związku z tematem lekcji?

5. Materiały graficzne / załączniki (pliki do stworzonych materiałów) / multimedia (pliki)

6. Wskazówki do pracy z osobami ze zróżnicowanymi potrzebami rozwojowymi

- kilkuminutowe wydłużenie czasu pracy,
- częste powtórki słowne i odwoływanie się do konkretnego,
- częste powtórki istoty zagadnienia zaznaczone intensywnym kolorem,
- okazywanie aprobaty, pochwały dla podejmowanego wysiłku.

Faza zasadnicza

1. Cel fazy zasadniczej (zakładane efekty kształcenia). Uczeń:

- ustala, w jakim przedziale funkcja kwadratowa jest rosnąca, a w jakim malejąca;
- opisuje sposób postępowania do wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji kwadratowej;
- stosuje poznaną wiedzę do rozwiązywania problemów matematycznych.

2. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla nauczyciela

Nauczyciel zamieszcza na platformie edukacyjnej np. MS Teams plik z materiałem źródłowym zasadniczego tematu lekcji (tekst przewodni).

Wskazuje uczniom miejsce udostępnionego pliku, nakazując pobranie/wyświetlenie pliku, zapoznanie się z jego treścią i wykonanie zamieszczonych w nim zadań.

Po rozwiązaniu przez uczniów zadań nauczyciel może zezwolić na udostępnienie tablicy chętnego lub wskazanego przez siebie ucznia w aplikacji Teams w celu zaprezentowania pozostałym uczniom rozwiązania ćwiczenia.

3. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla ucznia

Uczniowie pobierają zamieszczony i udostępniony przez nauczyciela plik źródłowy, otwierają go w przeglądarce html lub pdf i zapoznają się z jego treścią.

Rozwiązują w zeszytach zamieszczone w materiale zadania. Chętny lub wskazany przez nauczyciela uczeń za zgodą nauczyciela udostępnia swoją tablicę w aplikacji Teams i prezentuje pozostałym uczniom oraz nauczycielowi rozwiązanie ćwiczeń.

4. Szczegółowo opisane sytuacje dydaktyczne

Funkcja kwadratowa posiada dokładnie jedno **ekstremum** w punkcie, który jest wierzchołkiem wykresu funkcji kwadratowej, czyli paraboli. Współrzędne wierzchołka paraboli są następujące $W(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a})$, więc ekstremum ma wartość $-\frac{\Delta}{4a}$ dla argumentu $-\frac{b}{2a}$.

Od wartości współczynnika a zależy, czy funkcja kwadratowa w wierzchołku paraboli przyjmuje wartość maksimum, czy minimum.

Jeśli wartość współczynnika $a > 0$, ramiona paraboli skierowane są w górę i w wierzchołku paraboli funkcja przyjmuje najmniejszą wartość, czyli **minimum**.

Jeśli wartość współczynnika $a < 0$, ramiona paraboli skierowane są w dół i w wierzchołku paraboli funkcja przyjmuje najwyższą wartość, czyli **maksimum**.

Monotoniczność funkcji kwadratowej także zależy od współczynnika a .

Jeśli wartość współczynnika $a > 0$, ramiona paraboli skierowane są w górę, więc funkcja w przedziale od $x \in (-\infty; -\frac{b}{2a})$ jest malejąca,

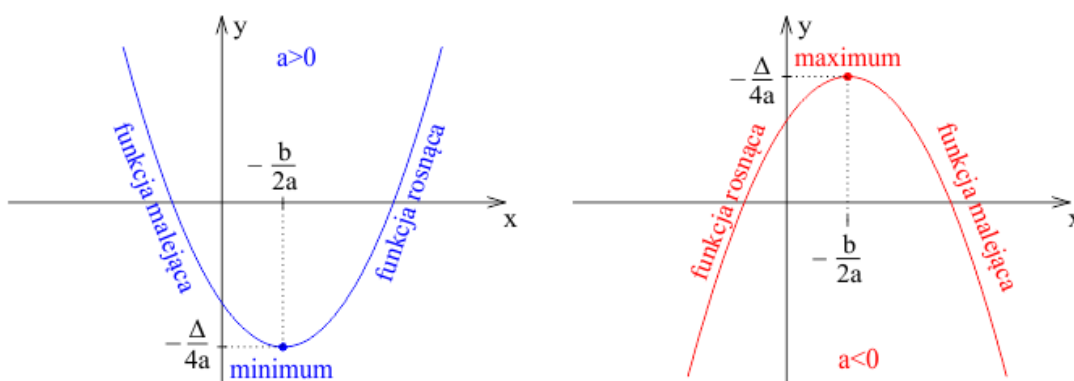
w punkcie $x = -\frac{b}{2a}$ przyjmuje wartość minimalną,

w przedziale $x \in (-\frac{b}{2a}; +\infty)$ funkcja jest **rosnąca**.

Jeśli wartość współczynnika $a < 0$, ramiona paraboli skierowane są w dół, więc funkcja w przedziale od $x \in (-\infty; -\frac{b}{2a})$ jest rosnąca,

w punkcie $x = -\frac{b}{2a}$ przyjmuje wartość maksymalną,

w przedziale $x \in (-\frac{b}{2a}; +\infty)$ funkcja jest **malejąca**.



Rysunek 1. Monotoniczność funkcji, źródło. W. Babiański, L. Chańko, K. Wej, (2019), *Matematyka Zakres podstawowy. Podręcznik dla absolwentów szkół podstawowych*. Warszawa: Nowa Era.

Następnie nauczyciel prosi uczniów o zalogowanie się na Zintegrowaną Platformę Edukacyjną i zapoznanie się z materiałem.



Rysunek 2. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej, źródło. <https://zpe.gov.pl/a/przeczytaj/DuAE8VXDf> [dostęp: 25.11.2021]

Faza końcowa

1. Cel fazy końcowej (zakładane efekty kształcenia)

- sprawdzenie poziomu osiągnięcia celów szczegółowych zajęć.

2. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla nauczyciela

Nauczyciel za pomocą Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej wskazuje ćwiczenia do wykonania.

3. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla ucznia

Uczniowie logują się na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej i wykonują ćwiczenia wskazane przez nauczyciela, następnie prezentują swoje rozwiązania.

4. Szczegółowo opisane sytuacje dydaktyczne

Ćwiczenie 1



The screenshot shows the ZPE interface. At the top, there is a navigation bar with the logo 'Zintegrowana Platforma Edukacyjna' and the text 'Platforma edukacyjna Ministerstwa Edukacji i Nauki'. Below the navigation bar, there are several menu items: 'Kształcenie ogólne', 'Kształcenie zawodowe', 'Doradztwo zawodowe', and 'Wsparcie użytkownika'. On the right side of the navigation bar, there are icons for 'Zaloguj się' and other user-related functions. The main content area is titled 'Sprawdź się' and contains a math exercise. The exercise is titled 'Ćwiczenie 1' and asks for the maximum interval in which the function $f(x) = x^2 - 3x - 3$ is decreasing. The question is: 'Maksymalny przedział, w którym funkcja f określona wzorem $f(x) = x^2 - 3x - 3$ jest malejąca to:'. There are three radio button options: $\langle -\frac{21}{4}, \infty \rangle$, $\langle -\infty, \frac{3}{2} \rangle$, and $\langle \frac{3}{2}, \infty \rangle$. Below the options is a 'Sprawdź' button and a 'Pokaż odpowiedź' link. At the bottom right of the exercise area, there are two buttons: 'Zgłoś problem' and 'Pomoc'.

Rysunek 3. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 1, źródło. <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/Do3O4TtzZ> [dostęp: 25.11.2021]

Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 2
Połącz w pary wzór funkcji f oraz maksymalny przedział, w których funkcja określona tym wzorem jest rosnąca lub malejąca.

$f(x) = -x^2 + 2x - 1$	$(-\infty, 2)$
$f(x) = -x^2 + 3$	$(-\infty, 1)$
$f(x) = x^2 - 4x - 3$	$(0, \infty)$
$f(x) = x^2 - 2x$	$(1, \infty)$

Pokaż odpowiedź

Rysunek 4. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 2, źródło. <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/Do3O4TtzZ> [dostęp: 25.11.2021]

Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4
Pogrupuj elementy, zgodnie z podanym opisem.

Wzory funkcji, które są malejące w przedziale $(-\infty, 1)$:

Wzory funkcji, które są malejące w przedziale $(1, \infty)$:

$f(x) = -x^2 + 2x - 3$
$f(x) = -3x^2 + 6x$
$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2$
$f(x) = 2x^2 - 4x$
$f(x) = 3x^2 - 6x - 4$
$f(x) = x^2 - 2x + 4$

Pokaż odpowiedź

Rysunek 5. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 3, źródło. <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/Do3O4TtzZ> [dostęp: 25.11.2021]

5. Materiały graficzne / załączniki (pliki do stworzonych materiałów) / multimedia (pliki)

Rysunek 1. Monotoniczność funkcji.

Rysunek 2. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej.

Rysunek 3. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 1.

Rysunek 4. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 2.

Rysunek 5. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 3.

6. Wskazówki do pracy z osobami ze zróżnicowanymi potrzebami rozwojowymi

- kilkuminutowe wydłużenie czasu pracy,
- umożliwienie uczniom zadawania pytań pomocniczych do treści tekstu przewodniego,

- częste powtórki słowne i odwoływanie się do konkretnego,
- częste powtórki istoty zagadnienia zaznaczane intensywnym kolorem,
- okazywanie aprobaty, pochwały dla podejmowanego wysiłku.

EWALUACJA ZAJĘĆ (sprawdzenie osiągnięcia zakładanych efektów kształcenia)

Ćwiczenie 1

Ćwiczenie 5
Wstaw w tekst maksymalne przedziały liczbowe, w których funkcja jest rosnąca oraz malejąca.

Funkcja f określona wzorem $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$ jest rosnąca w przedziale oraz malejąca w przedziale

Funkcja f określona wzorem $f(x) = x^2 + 2x - 5$ jest malejąca w przedziale oraz rosnąca w przedziale

Pokaż odpowiedź

Rysunek 6. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 1, źródło. <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/Do3O4TtzZ> [dostęp: 25.11.2021]

Ćwiczenie 2

Ćwiczenie 6
Uzupełnij tekst odpowiednimi liczbami.

Maksymalny przedział, w którym funkcja f określona wzorem $f(x) = x^2 - 2x - 3$ jest malejąca to , ∞ .

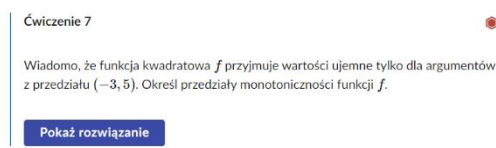
Maksymalny przedział, w którym funkcja f określona wzorem $f(x) = -x^2 + 4x + 4$ jest rosnąca to $(-\infty, \text{input type="text"/})$.

Maksymalny przedział, w którym funkcja f określona wzorem $f(x) = -x^2 + 4$ jest malejąca to , ∞ .

Pokaż odpowiedź

Rysunek 7. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 2, źródło. <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/Do3O4TtzZ> [dostęp: 25.11.2021]

Ćwiczenie 3



Rysunek 8. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 3, źródło. <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/Do3O4TtzZ> [dostęp: 25.11.2021]

BIBLIOGRAFIA:

1. W. Babiański, L. Chańko, K. Wej, (2019), *Matematyka Zakres podstawowy. Podręcznik dla absolwentów szkół podstawowych*, Warszawa: Nowa Era.

ZAŁĄCZNIKI:

Rysunek 1. Monotoniczność funkcji.

Rysunek 2. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej.

Rysunek 3. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 1.

Rysunek 4. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 2.

Rysunek 5. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 3.

Rysunek 6. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 1.

Rysunek 7. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 2.

Rysunek 8. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 3.

SCENARIUSZ 3 (3 z 3)

SCENARIUSZ ZAJĘĆ DLA: uczniów szkół ponadpodstawowych

PROWADZONYCH PRZEZ: nauczycieli kształcenia ogólnego

TEMAT: Funkcje trygonometryczne

CELE OGÓLNE (odniesienie do podstawy programowej kształcenia ogólnego):

Podstawa programowa:

VII. Trygonometria.

Zakres podstawowy. Uczeń:

1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0 do 180° , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° i 60° ;

6) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty).

VIII. Planimetria.

Zakres podstawowy. Uczeń:

4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezów;

11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.

CELE SZCZEGÓŁOWE. UCZEŃ:

- definiuje pojęcia: sinus, cosinus, tangens, cotangens;
- poznaje metodę wyprowadzenia wartości funkcji trygonometrycznych dla kąta 60° ;
- wykorzystuje wartości funkcji trygonometrycznych kąta 60° do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich;
- analizuje zadania oraz wybiera najefektywniejszą metodę prowadzącą do ich rozwiązania.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,

- kompetencje cyfrowe,
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

METODY PRACY:

- z użyciem komputera;
- metaplan;
- ćwiczenia interaktywne.

ŚRODKI DYDAKTYCZNE:

- MS Teams,
- MS Forms,
- zeszyt,
- długopis,

PRZEWIDYWANY CZAS:

- 45 minut (w tym 15 minut pracy własnej ucznia).

PROPONOWANY PRZEBIEG ZAJĘĆ:

Faza przygotowawcza

1. Cel fazy przygotowawczej (zakładane efekty kształcenia)

- przygotowanie do pracy z uczniami na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej.

2. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla nauczyciela

Nauczyciel na lekcji online łączy się z uczniami za pomocą aplikacji np. MS Teams, sprawdza obecność. Po przedstawieniu tematu zajęć nauczyciel prezentuje materiał w postaci pliku pdf.

Uczniowie łączą się z nauczycielem za pomocą aplikacji np. MS Teams. Zapisują w zeszytach temat lekcji oraz obserwują materiał wyświetlony przez nauczyciela.

Wykonują obliczenia do zadanych przez nauczyciela ćwiczeń. Wskazani przez nauczyciela (lub chętni) uczniowie podają sposoby i wyniki obliczeń.

Podczas realizowania zajęć w wersji zdalnej (online), ważne jest żeby prowadzący zajęcia zadbał o dostęp uczniów do materiałów źródłowych (najlepiej w ramach używanej e-platformy dydaktycznej), tak by uczniowie spóźnieni i nieobecni mieli odpowiednie materiały.

Udostępnione materiały też przydadzą się uczniom do powtórzenia wiadomości oraz będą stanowić istotną pomoc dla uczniów słabszych. W celu utrzymania dwustronnego kontaktu z uczniami oraz ich wysokiej aktywności istotne jest korzystanie z różnych metod dydaktycznych.

Uczniowie biorący udział w zajęciach online powinni tworzyć własne notatki, należy pamiętać, że nie wszystkie platformy umożliwiają nagrywanie zajęć. Utworzone notatki mogą stanowić cenną pomoc przy rozwiązywaniu quizów (testów).

W czasie powtórzenia materiału należy położyć nacisk na aktywność uczniów.

Prezentacja materiałów multimedialnych powinna być połączona z objaśnianiem ich treści przez prowadzącego. Warto na tym etapie zapamiętać uczniów aktywnych o wiedzy wyprzedzającej zajęcia oraz uczniów wycofanych mających braki lub problemy edukacyjne. Uczniowie zdolni powinni mieć możliwość wykazania się dodatkową wiedzą np. poprzez wyjaśnianie zarówno nowych, jak i znanych terminów, uczniowie o zróżnicowanych potrzebach edukacyjnych powinni mieć możliwość aktywnego uczestnictwa w zajęciach.

3. Szczegółowo opisane sytuacje dydaktyczne

Uczniowie podają definicje funkcji trygonometrycznych (zapisują je na tablicy).

Nauczyciel podaje temat i cele zajęć.

4. Multimedia (pliki)

- Materiał fazy przygotowawczej na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej.

5. Wskazówki do pracy z osobami ze zróżnicowanymi potrzebami rozwojowymi

- kilkuminutowe wydłużenie czasu pracy,
- częste powtórki słowne i odwoływanie się do konkretnego,
- częste powtórki istoty zagadnienia zaznaczane intensywnym kolorem,
- okazywanie aprobaty, pochwały dla podejmowanego wysiłku.

Faza zasadnicza

1. Cel fazy zasadniczej (zakładane efekty kształcenia). Uczeń:

- definiuje pojęcia: sinus, cosinus, tangens, cotangens;
- poznaje metodę wyprowadzenia wartości funkcji trygonometrycznych dla kąta 60° ;
- wykorzystuje wartości funkcji trygonometrycznych kąta 60° do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich;
- analizuje zadania oraz wybiera najefektywniejszą metodę prowadzącą do ich rozwiązania.

2. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla nauczyciela

Nauczyciel prosi uczniów o zalogowanie się na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej. Uczniowie w sekcji Przeczytaj zapoznają się z przedstawionym materiałem.

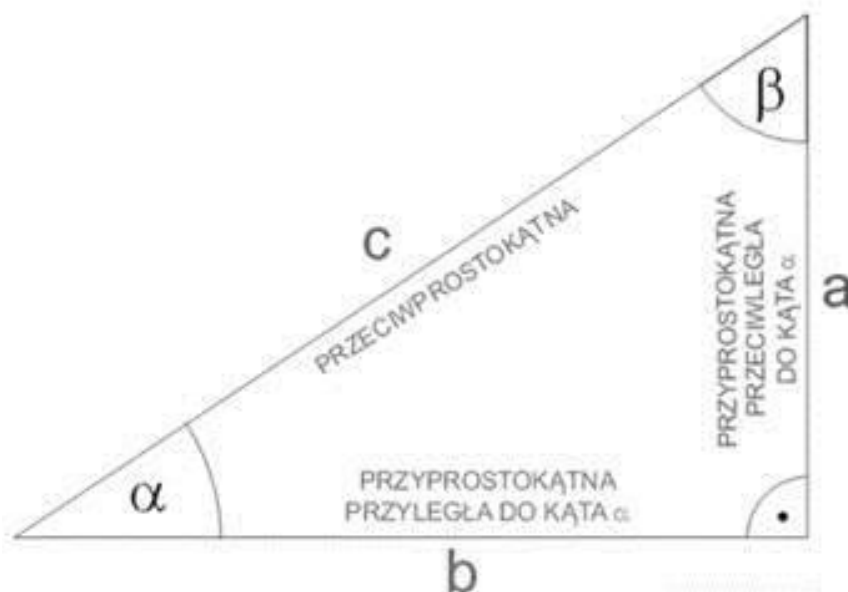
Po zapoznaniu się z materiałem rozwiązują ćwiczenia na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej.

3. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla ucznia

Uczniowie logują się na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej. Otwierają zakładkę Przeczytaj i zapoznają się z treścią zawartego tam materiału. Po przeczytaniu materiału uczniowie rozwiązują ćwiczenia a następnie wyniki swojej pracy przedstawiają nauczycielowi do oceny.

4. Szczegółowo opisane sytuacje dydaktyczne

Dla każdego trójkąta prostokątnego można zapisać odpowiednie stosunki długości jego boków. Wartości te nie zależą od długości boków trójkąta, lecz od miary jego kątów ostrych.



Rysunek 1. Trójkąt prostokątny z opisanymi bokami,

źródło: www.wsip.pl [dostęp: 25.11.2021]

Sinusem kąta ostrego α w trójkącie prostokątnym nazywamy stosunek długości przyprostokątnej przeciwległej temu kątowi do długości przeciwprostokątnej.

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

Cosinusem kąta ostrego α w trójkącie prostokątnym nazywamy stosunek długości przyprostokątnej przyległej do tego kąta do długości przeciwprostokątnej.

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

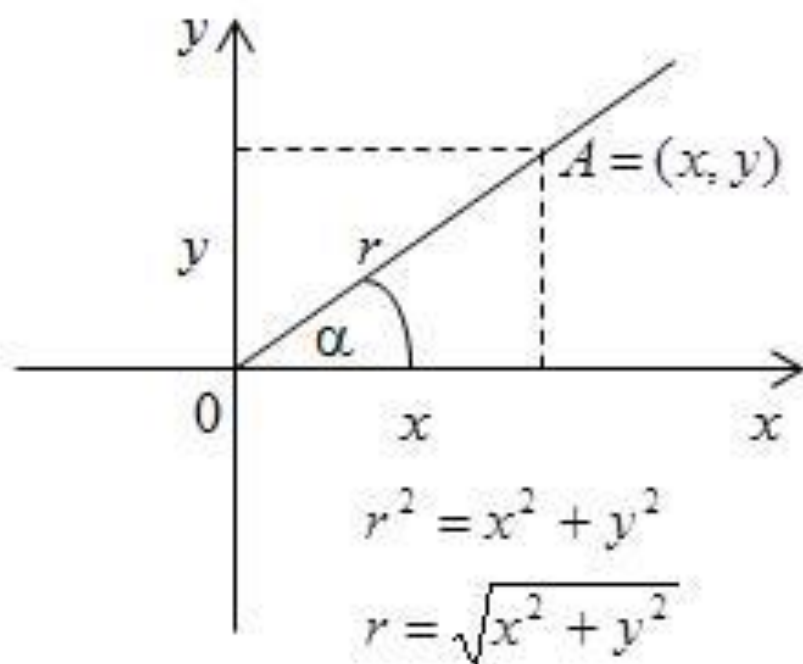
Tangensem kąta ostrego α w trójkącie prostokątnym nazywamy stosunek długości przyprostokątnej przeciwległej temu kątowi do długości drugiej przyprostokątnej.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Cotangensem kąta ostrego α w trójkącie prostokątnym nazywamy stosunek długości przyprostokątnej przyległej do tego kąta do długości drugiej przyprostokątnej.

$$\operatorname{ctg} \alpha = b/a$$

Definicje funkcji trygonometrycznych kąta dowolnego



Rysunek 2. Zależności w trójkącie prostokątnym,

źródło: www.wsip.pl [dostęp: 25.11.2021]

Sinusem dowolnego kąta α nazywamy stosunek rzędnej dowolnego punktu leżącego na końcowym ramieniu tego kąta do długości promienia wodzącego tego punktu.

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

Cosinusem dowolnego kąta α nazywamy stosunek odciętej dowolnego punktu leżącego na końcowym ramieniu tego kąta do długości promienia wodzącego tego punktu.

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

Tangensem dowolnego kąta α nazywamy stosunek rzędnej dowolnego punktu leżącego na końcowym ramieniu tego kąta do odciętej tego punktu.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}, \quad x \neq 0$$

Cotangensem dowolnego kąta α nazywamy stosunek odciętej dowolnego punktu leżącego na końcowym ramieniu tego kąta do rzędnej tego punktu.

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}, \quad y \neq 0$$

Faza końcowa

1. Cel fazy końcowej (zakładane efekty kształcenia)

- sprawdzenie poziomu osiągnięcia celów szczegółowych zajęć.

2. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla nauczyciela

Nauczyciel za pomocą Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej wskazuje ćwiczenia do realizacji.

3. Informacje/instrukcje/wskazówki techniczne do pracy zdalnej dla ucznia

Uczniowie logują się na platformie i rozwiązują w zeszytach zadania, których treść została udostępniona przez nauczyciela. Po ustalonym przez nauczyciela czasie każdy uczeń za pomocą czatu platformy MS Teams przesyła bezpośrednio nauczycielowi otrzymane z obliczeń wyniki. Po rozwiązaniu przez uczniów zadań nauczyciel może zezwolić chętnemu lub wskazanemu przez siebie uczniowi na udostępnienie tablicy w aplikacji Teams w celu zaprezentowania pozostałym uczniom rozwiązania ćwiczenia.

4. Szczegółowo opisane sytuacje dydaktyczne

Ćwiczenie 1

Platforma edukacyjna Ministerstwa Edukacji i Nauki

Zintegrowana Platforma Edukacyjna

Kształcenie ogólne Kształcenie zawodowe Doradztwo zawodowe Wsparcie użytkownika

Zaloguj się

Ćwiczenie 1

Dobierz wartość x do odpowiadającego mu rysunku.

$x = 14$ $x = \frac{7\sqrt{3}}{2}$ $x = \frac{14\sqrt{3}}{3}$ $x = \frac{7\sqrt{3}}{3}$

Sprawdź

Pokaż odpowiedź

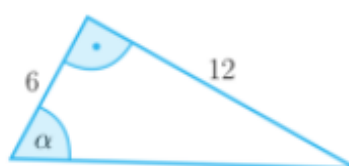
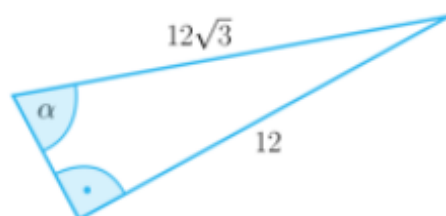
Rysunek 3. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 1, źródło. <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/D14pjOzYN> [dostęp: 25.11.2021]

Ćwiczenie 2

Ćwiczenie 2



Wybierz wszystkie rysunki, na których kąt $\alpha = 60^\circ$.




Sprawdź


[Pokaż odpowiedź](#)


Rysunek 4. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 2, źródło: <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/D14pjOzYN> [dostęp: 25.11.2021]


Ćwiczenie 3


Ćwiczenie 3 


Uporządkuj wyrażenia w kolejności rosnącej.

$\sin 60^\circ - \operatorname{tg} 60^\circ$ 

$\sin 60^\circ + \cos 60^\circ$ 

$\sin 60^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ$ 

$\cos 60^\circ - \sin 60^\circ$ 



[Pokaż odpowiedź](#)

Rysunek 5. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 3, źródło: <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/D14pjOzYN> [dostęp: 25.11.2021]

5. Materiały graficzne / załączniki (pliki do stworzonych materiałów) / multimedia (pliki)

Plik pdf z treściami zadań do samodzielnego wykonania.

Rysunek 1. Trójkąt prostokątny z opisanymi bokami.

Rysunek 2. Zależności w trójkącie prostokątnym.

Rysunek 3. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 1.

Rysunek 4. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 2.


Rysunek 5. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 3.

6. Wskazówki do pracy z osobami ze zróżnicowanymi potrzebami rozwojowymi

- kilkuminutowe wydłużenie czasu pracy,
- umożliwienie uczniom zadawania pytań pomocniczych do treści tekstu przewodniego,
- częste powtórki słowne i odwoływanie się do konkretnych przykładów,
- częste powtórki istoty zagadnienia zaznaczane intensywnym kolorem,
- okazywanie aprobaty, pochwały dla podejmowanego wysiłku.

EWALUACJA ZAJĘĆ (sprawdzenie osiągnięcia zakładanych efektów kształcenia)

Ćwiczenie 1

Ćwiczenie 4 


W trójkącie prostokątnym długość przeciwprostokątnej jest równa 16, a jeden z kątów ostrych jest równy 60° . Obwód tego trójkąta wynosi:

$24 + 8\sqrt{2}$

$48 + 16\sqrt{3}$


$24 + 16\sqrt{3}$

$24 + 8\sqrt{3}$


[Pokaż odpowiedź](#)

Rysunek 6. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 1, źródło: <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/D14pjOzYN> [dostęp: 25.11.2021]

Ćwiczenie 2


Ćwiczenie 5 

Wpisz w luki liczby tak, aby otrzymać zdania prawdziwe.

Wysokość rombu o boku długości $2\sqrt{3}$ i kącie ostrym 60° wynosi .

Pole rombu o krótszej przekątnej długości $2\sqrt{3}$ i kącie ostrym 60° wynosi $a\sqrt{3}$. Zatem $a =$.

Bok rombu o dłuższej przekątnej $10\sqrt{3}$ i kącie ostrym 60° ma długość .


[Pokaż odpowiedź](#)

Rysunek 7. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 2, źródło: <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/D14pjOzYN> [dostęp: 25.11.2021]

Ćwiczenie 3

Ćwiczenie 6



Dany jest trapez równoramienny, którego krótsza podstawa jest równa 7 cm, a ramię długości 13 cm tworzy z dłuższą podstawą kąt 60° . Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

Pole tego trapezu wynosi $\frac{351\sqrt{3}}{4}$.

Dłuższa podstawa tego trapezu ma długość $7 + 7\sqrt{3}$.

Wysokość tego trapezu ma długość $\frac{13\sqrt{3}}{2}$.



Sprawdź

[Pokaż odpowiedź](#)

Rysunek 8. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 3, źródło: <https://zpe.gov.pl/a/sprawdz-sie/D14pjOzYN> [dostęp: 25.11.2021]

BIBLIOGRAFIA:

1. W. Babiański, L. Chańko, K. Wej, (2019), *Matematyka Zakres podstawowy. Podręcznik dla absolwentów szkół podstawowych*. Warszawa: Nowa Era.

ZAŁĄCZNIKI:

Rysunek 1. Trójkąt prostokątny z opisanymi bokami.

Rysunek 2. Zależności w trójkącie prostokątnym.

Rysunek 3. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 1.

Rysunek 4. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 2.

Rysunek 5. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 3.

Rysunek 6. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 1.

Rysunek 7. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 2.

Rysunek 8. Zrzut ekranu ze Zintegrowanej Platformy Edukacyjnej – ćwiczenie 3.